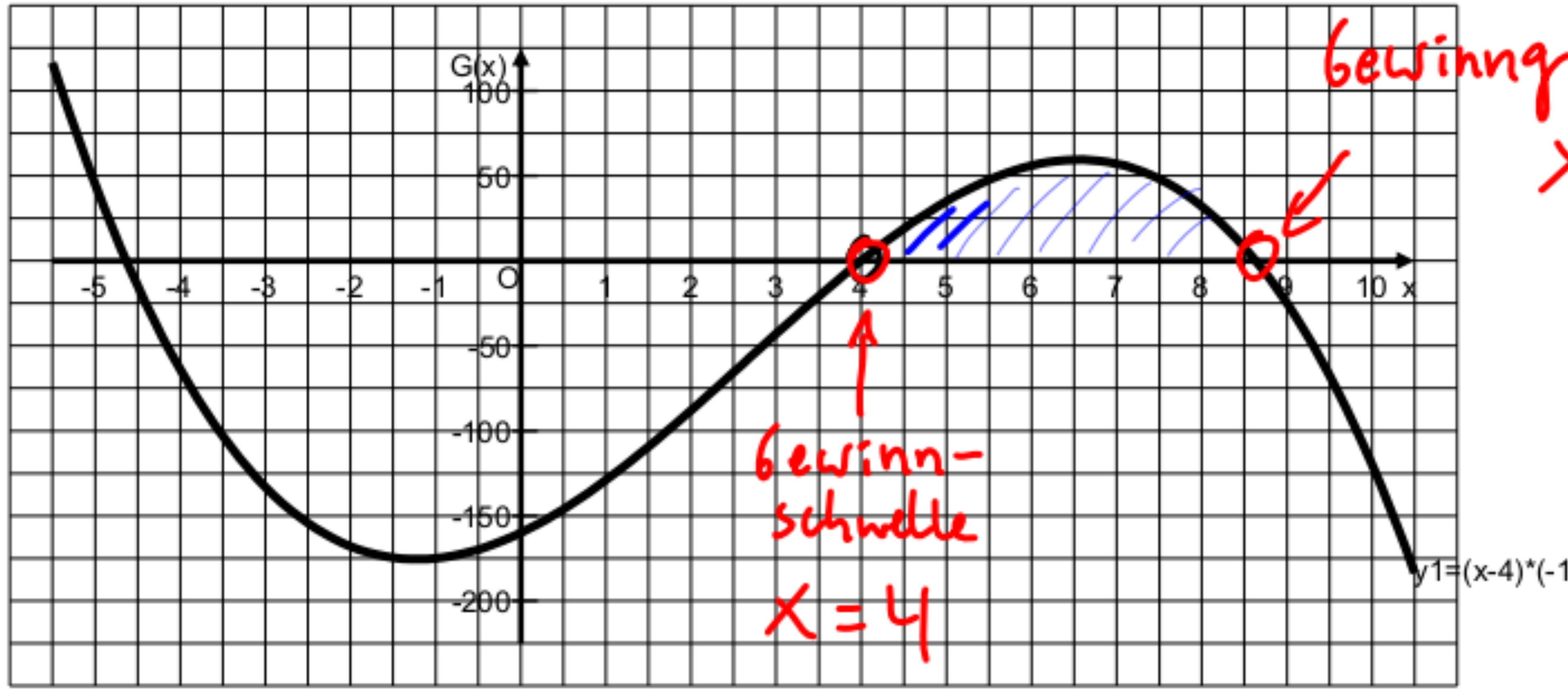
WHB12b, 26.09.17

Aufgabe 1:

Ein Anbieter plant seine Produktion mit der Gewinnfunktion $G(x) = (x - 4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40)$, die für jede Produktionsmenge x den entsprechenden Gewinn G(x) angibt. Die grafische Darstellung sehen Sie unten.

Angabe der Gewinnzone als Intervall: $[4 ; 8{,}6]$

Gewinnschwelle   Gewinngrenze



Gewinngrenze: $x \approx 8{,}6$

ungefähr

1) Markieren Sie im Koordinatensystem die Gewinnzone farbig.

2) Geben Sie die Gewinnzone an und bestimmen Sie anhand der Grafik die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.

3) Berechnen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze exakt, indem Sie entsprechende Gleichung lösen.

→ nächste Tafel

Aufgabe 2:

Ein Anbieter plant seine Produktion mit der Gewinnfunktion $G(x) = -1 \cdot x^3 + 8x^2 + 24x - 160$ die für jede Produktionsmenge x den entsprechenden Gewinn G(x) angibt.

Beschreiben Sie mit eigenen Worten, warum Sie die die Gewinnzone nicht berechnen können und überlegen Sie, was man mit dieser Gleichung machen müsste, damit man sie lösen kann.

3) Berechnung der Gewinnzone : Ansatz : $G(x) = 0$

↳ 1 P. in Klausur

$$G(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40) = 0$$

SvN

$$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \quad \vee \quad -1x^2 + 4x + 40 = 0 \quad | :(-1)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}} \qquad \Leftrightarrow x^2 - 4x - 40 = 0 \qquad p = -4 \qquad q = -40$$

$$x = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-40)}$$

$$= 2 \pm \sqrt{44}$$

$$= 2 \pm 6{,}63$$

$$x = 2 + 6{,}63 = \underline{\underline{8{,}63}}$$

$$x = 2 - 6{,}63 = \underline{\underline{-4{,}63}} \ ↯$$

ökonomisch nicht relevant

Mathematische Lösungsmenge

$$\mathbb{L} = \{-4{,}63 ; 4 ; 8{,}63\}$$

Ökonomisch :

Gewinnschwelle : $x = 4$
Gewinngrenze : $x = 8{,}63$
Gewinnzone : $[4 ; 8{,}63]$

Aufgabe 2:

Ein Anbieter plant seine Produktion mit der Gewinnfunktion $G(x) = -1 \cdot x^3 + 8x^2 + 24x - 160$ die für jede Produktionsmenge x den entsprechenden Gewinn G(x) angibt.

Beschreiben Sie mit eigenen Worten, warum Sie die die Gewinnzone nicht berechnen können und überlegen Sie, was man mit dieser Gleichung machen müsste, damit man sie lösen kann.

Tipp: Multiplizieren Sie $(x - 4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40)$ aus!

E-Mail: Carsten.Vooren@bkcr.info Homepage: http://www.mathekannjeder.de

Ansatz zur Berechnung der Gewinnzone: $G(x) = 0$

$\Leftrightarrow -1x^3 + 8x^2 + 24x - 160 = 0$

Problem: Die Gleichung ist kubisch, d.h. es kommt x^3 vor und dafür gibt es (noch) keinen Lösungsweg! (Lateinisch: cubus $\hat{=}$ Würfel)

Tipp: $(x-4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40) = -1x^3 + 4x^2 + 40x + 4x^2 - 16x - 160$

$= -1x^3 + 8x^2 + 24x - 160 = G(x)$

Idee: Rückrechnen von $-1x^3 + 8x^2 + 24x - 160$ zu $(x-4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40)$

Zerlegung in linearen Faktor $(x \dots)$ und quadratischen $(ax^2 \dots)$ Faktor.

Erinnerung 4. Klasse: Schriftliches Dividieren

$$
\begin{array}{l}
252 : 3 = 84 \\
\underline{-24} \\
12 \\
\underline{-12} \\
0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
666 : 37 = 18 \\
\underline{-37} \\
296 \\
\underline{-296} \\
0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
973 : 4 = 243{,}25 \\
\underline{-8} \\
17 \\
\underline{-16} \\
13 \\
\underline{-12} \\
10 \\
\underline{-8} \\
20
\end{array}
$$

WHB12b, 29.09.17

Polynomdivision

Ziel: Zerlegung einer Funktion vom Grad 3 (kubisch) in einen linearen und einen quadratischen Faktor.

$$(x-4)\cdot(-1x^2+4x+40) = -1x^3+8x^2+24x-160$$

Problem: $G(x)=0 \iff -1x^3+8x^2+24x-160=0$

1) Lösung ausprobieren

$x=1: \; G(1) = -1\cdot 1^3 + 8\cdot 1^2 + 24\cdot 1 - 160 = -129 \neq 0$

$x=2: \; G(2) = -1\cdot 2^3 + 8\cdot 2^2 + 24\cdot 2 - 160 = -88 \neq 0$

$x=3: \; G(3) = -1\cdot 3^3 + 8\cdot 3^2 + 24\cdot 3 - 160 = -43 \neq 0$

$\underline{\underline{x=4}}: \; G(4) = -1\cdot 4^3 + 8\cdot 4^2 + 24\cdot 4 - 160 = 0 \; \checkmark$

$x = 4$ ist Lösung von $G(x) = 0$ $\Rightarrow$ $(x-4)$ ist Linearfaktor von $G(x)$

$$\Rightarrow -1x^3 + 8x^2 + 24x - 160 = (x-4) \cdot (\; ? \;) \quad | : (x-4)$$

$$\Rightarrow (-1x^3 + 8x^2 + 24x - 160) : (x-4) = \underline{\underline{-1x^2}} \; \underline{\underline{+4x}} \; \underline{\underline{+40}}$$

$$\begin{array}{l} -(-1x^3 + 4x^2) \\ \hline \qquad 4x^2 + 24x \\ \qquad -(4x^2 - 16x) \\ \hline \qquad\qquad 40x - 160 \\ \qquad\qquad -(40x - 160) \\ \hline \qquad\qquad\qquad 0 \; \checkmark \end{array}$$

$$\frac{-1x^3}{x} = -1x^2$$

$$\frac{4x^2}{x} = 4x$$

$$\frac{40x}{x} = 40$$

$\Rightarrow$ statt $-1x^3 + 8x^2 + 24x - 160 = 0$ (geht nicht)

nun $(x-4) \cdot (-1x^2 + 4x + 40) = 0$ (geht)

Übung: $G(x) = -2x^3 + 16 \cdot x^2 + 46x - 60 = 0$

Ausprobieren $G(1) = -2 \cdot 1^3 + 16 \cdot 1^2 + 46 \cdot 1 - 60 = 0$ ✓

$x = 1$ ist Lösung $\Rightarrow (x-1)$ ist Linearfaktor

$$\Rightarrow (-2x^3 + 16x^2 + 46x - 60) : (x - 1) = -2x^2 + 14x + 60 \checkmark$$

$$
\begin{array}{l}
-(-2x^3 + 2x^2) \\
\hline
\qquad 14x^2 + 46x \\
\qquad -(14x^2 - 14x) \\
\hline
\qquad\qquad 60x - 60 \\
\qquad\qquad -(60x - 60) \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$\frac{-2x^3}{x} = -2x^2$

$\frac{14x^2}{x} = 14x$

$\frac{60x}{x} = 60$

statt $-2x^3 + 16x^2 + 46x - 60 = 0$ (geht nicht)

$(x-1) \cdot (-2x^2 + 14x + 60) = 0$ (geht)

Alternative zur Polynomdivision zur Zerlegung eines kubischen Polynoms in Linearfaktor und quadratischen Faktor.

Horner-Schema (wenn Potenzen geordnet sind)

Aufgabe $G(x) = 0 \Leftrightarrow -1x^3 + 8x^2 + 24x - 160 = 0$

Ausprobieren:

x	-1	$+8$	$+24$	-160	
$x = 1$	-1	$-1 \cdot 1 = -1$ $-1+8 =$ 7	$7 \cdot 1 = 7$ $7+24 =$ 31	$31 \cdot 1 = 31$ $31 - 160 =$ -129	$= G(1) \neq 0$
$x = 2$	-1	$-1 \cdot 2 = -2$ $-2+8 =$ 6	$6 \cdot 2 = 12$ $12+24 =$ 36	$36 \cdot 2 = 72$ $72 - 160 =$ -88	$= G(2) \neq 0$
$x = 3$	-1	$-1 \cdot 3 = -3$ $-3+8 =$ 5	$5 \cdot 3 = 15$ $15+24 =$ 39	$39 \cdot 3 = 117$ $117 - 160 =$ -43	$= G(3) \neq 0$

x	-1	$+8$	$+24$	-160
$x=4$	-1	$-1\cdot 4=-4$ $-4+8=$ 4	$4\cdot 4=16$ $16+24=$ 40	$40\cdot 4=160$ $160-160=$ 0 $=G(4)$ ✓

$$(x-4)\cdot\left(-1x^2+4x+40\right)=0 \quad \text{(geht)}$$

⋮