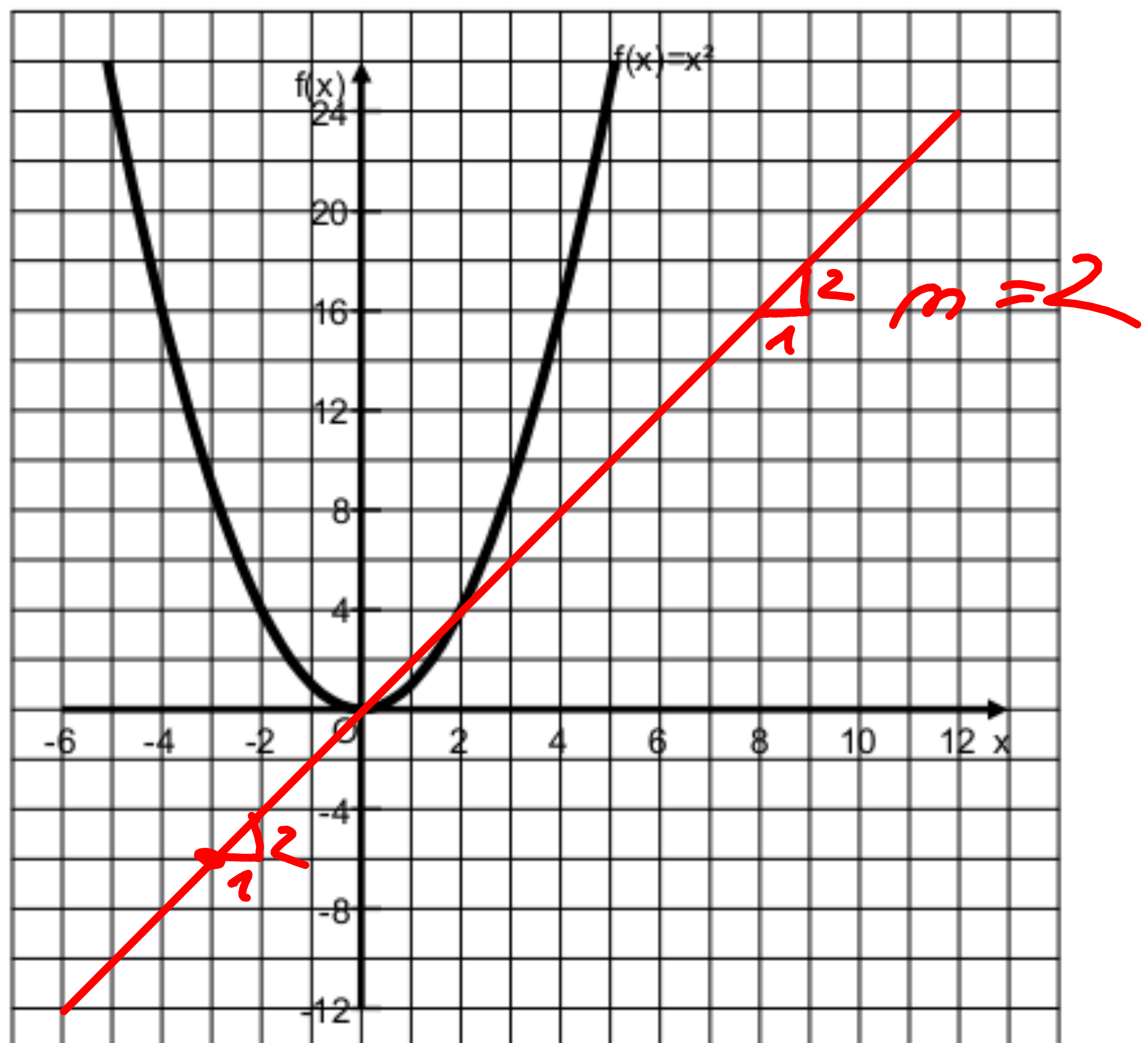
Ergebnis der Untersuchung der Tangentensteigungen an der Normalparabel

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tangentensteigung an der Stelle x								2	4	6	8	10	12	14	16	18			

Grafische Darstellung der Tangentensteigungen

Zeichnen Sie für jedes x die Tangentensteigung ein und verbinden Sie die Punkte. Welche Funktion wird graphisch dargestellt?



$$f'(x) = 2 \cdot x$$

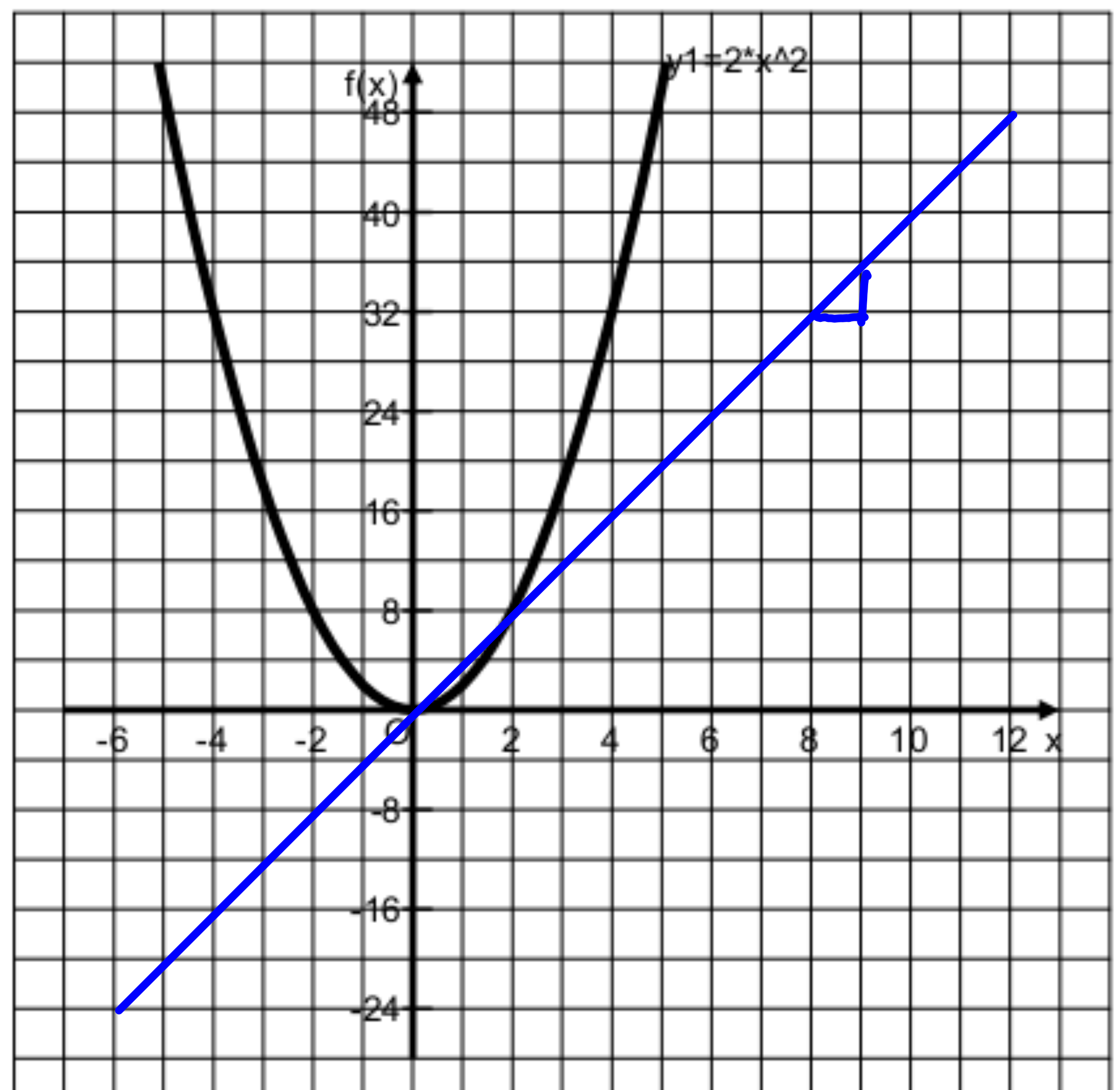
Aufgabe: Sie sehen für verschiedene Funktionen die jeweiligen Graphen der Funktionen und eine Wertetabelle der Tangentensteigungen.

a) Vervollständigen Sie die Wertetabelle.

b) Zeichnen Sie die Tangentensteigungen ein und verbinden Sie zu einem Graphen. Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.

1. Funktion: **$f(x) = 2x^2$**

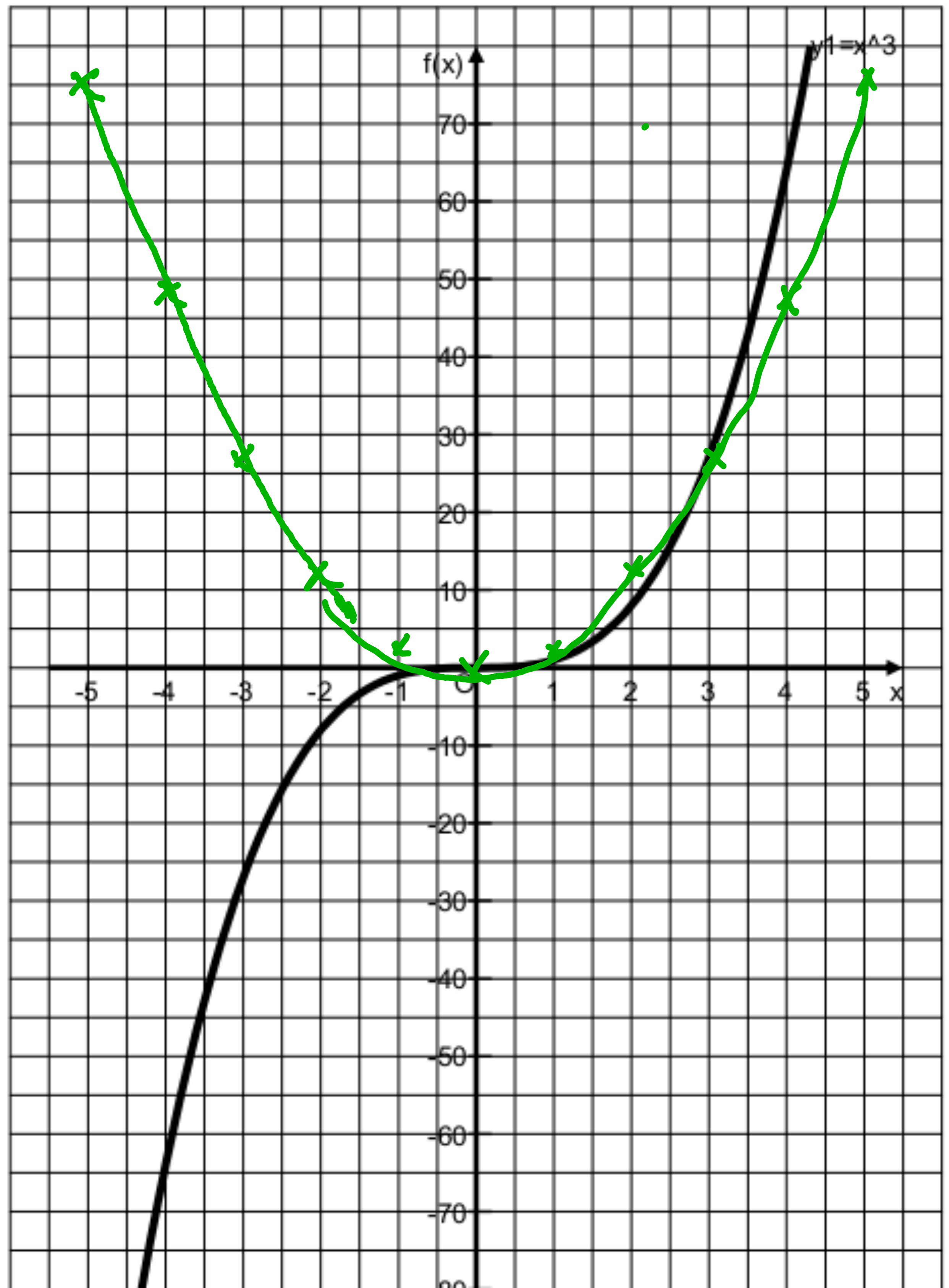
x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tangentensteigung an der Stelle x	-24		-16		-8			4	8	12	16	20	24	28		36	40		



$f'(x) = 4x$

2. **Funktion:** $f(x) = x^3$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Tangentensteigung an der Stelle x	75	48	27	12	3	0	3	12	27	48	75



$f'(x) = 3x^2$ ✓

Probe:

$f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$ ✓

$f'(-4) = 3 \cdot (-4)^2 = 48$ ✓

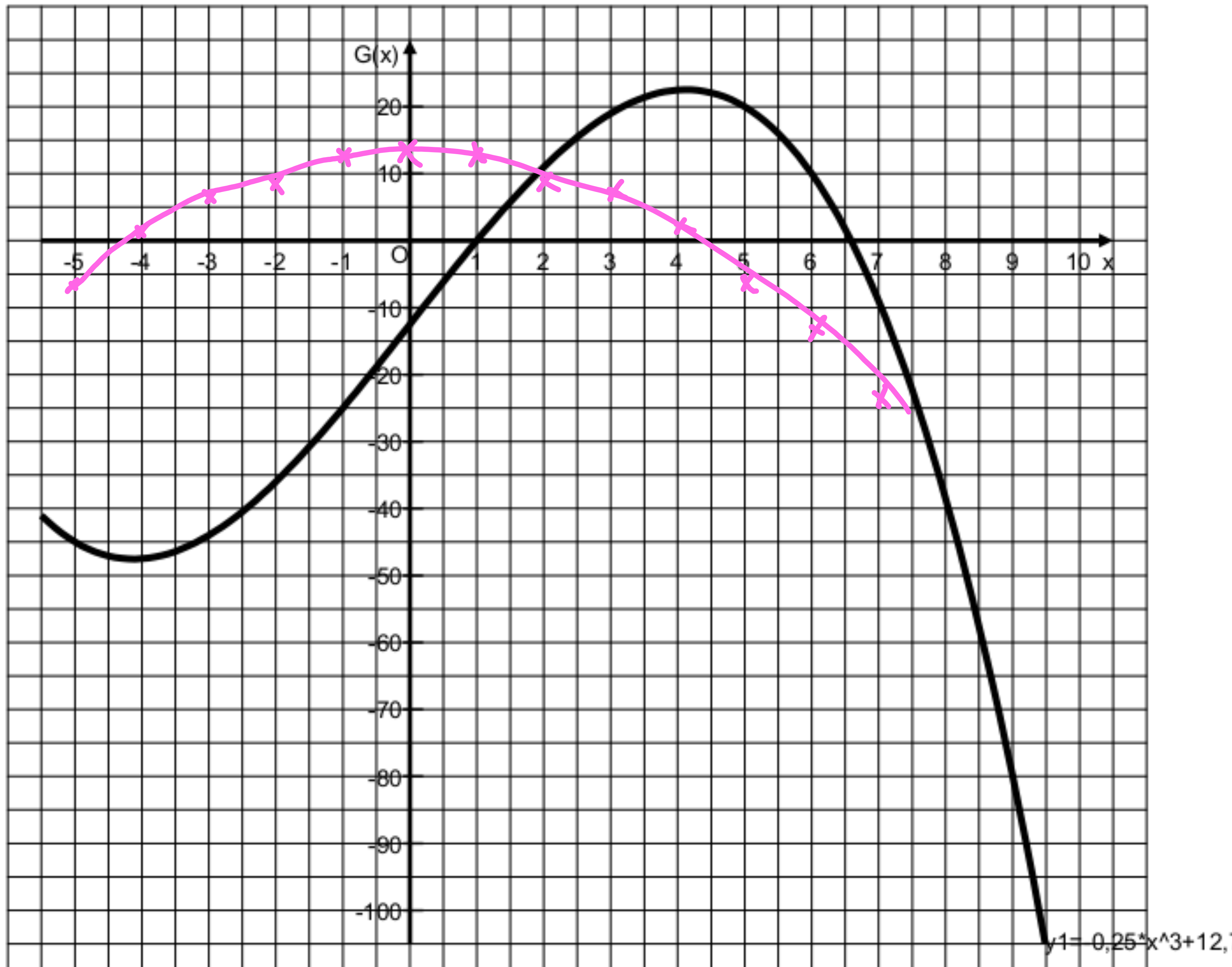
3. Funktion: $G(x) = -0{,}25x^3 + 12{,}75x - 12{,}5$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tangentensteigung an der Stelle x	-6	0,75	6	9,75	12	12,75	12	9,75	6	0,75	-6	-14,25	-24	-35,25	-48	-62,25

~~f(x)~~

$G'(x) =$

$-0{,}75x^2 + 12{,}75$



Beobachtung: Wenn man die Tangentensteigungen für verschiedene x-Werte einer Funktion $f(x)$ berechnet (mit Differenzialquotienten) und einzeichnet so erhält beim Verbinden

- eine Gerade, wenn $f(x)$ eine Parabel (hoch 2) ist
- eine Parabel, wenn $f(x)$ eine kubische Parabel (hoch 3) ist.

Definition: Die Funktion, die beim Einsetzen eines x-Wertes die Steigung der Tangente an dieser Stelle als Ergebnis liefert, heißt 1. Ableitung. Man bezeichnet sie mit $f'(x)$ (f Strich von x) wenn $f(x)$ die Ausgangsfunktion ist und es gilt:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x}$$

d.h. die 1. Ableitung entspricht dem Grenzwert des Differenzialquotienten

Bsp.: Funktion $f(x)$ — 1. Ableitung $f'(x)$ — $n \in \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

Funktion $f(x)$	1. Ableitung $f'(x)$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2 \cdot x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3 \cdot x^2$
$f(x) = x^4$	$f'(x) = 4 \cdot x^3$
$f(x) = x^5$	$f'(x) = 5 \cdot x^4$
$f(x) = x^{12}$	$f'(x) = 12 \cdot x^{11}$
$f(x) = x^{82}$	$f'(x) = 82 \cdot x^{81}$

$$\Rightarrow f(x) = x^n \qquad n \in \mathbb{Z}$$
$$\Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$f(x) = 2x^2$	$f'(x) = 4x$
$f(x) = 3x^2$	$f'(x) = 6x$
$f(x) = 4x^2$	$f'(x) = 8x$
$f(x) = 5x^2$	$f'(x) = 10x$
$f(x) = -8x^2$	$f'(x) = -16x$

$$\Rightarrow f(x) = a \cdot x^2 \qquad a \in \mathbb{R}$$
$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cdot a \cdot x$$

$f(x) = 2x^3$	$f'(x) = 6x^2$
$f(x) = 3x^3$	$f'(x) = 9x^2$
$f(x) = 5x^3$	$f'(x) = 15x^2$
$f(x) = -6{,}13x^3$	$f'(x) = -18{,}39x^2$

$$\Rightarrow f(x) = a \cdot x^3 \qquad a \in \mathbb{R}$$
$$\Rightarrow f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2$$

$f(x) = 6x^1 \qquad f'(x) = 6 = 1 \cdot 6 \cdot x^0 = 1 \cdot 6 = 6$

$f(x) = 10x^1 \qquad f'(x) = 10$

$f(x) = 2x^1 \qquad f'(x) = 2$

$\Rightarrow f(x) = a \cdot x$

$\Rightarrow f'(x) = a$

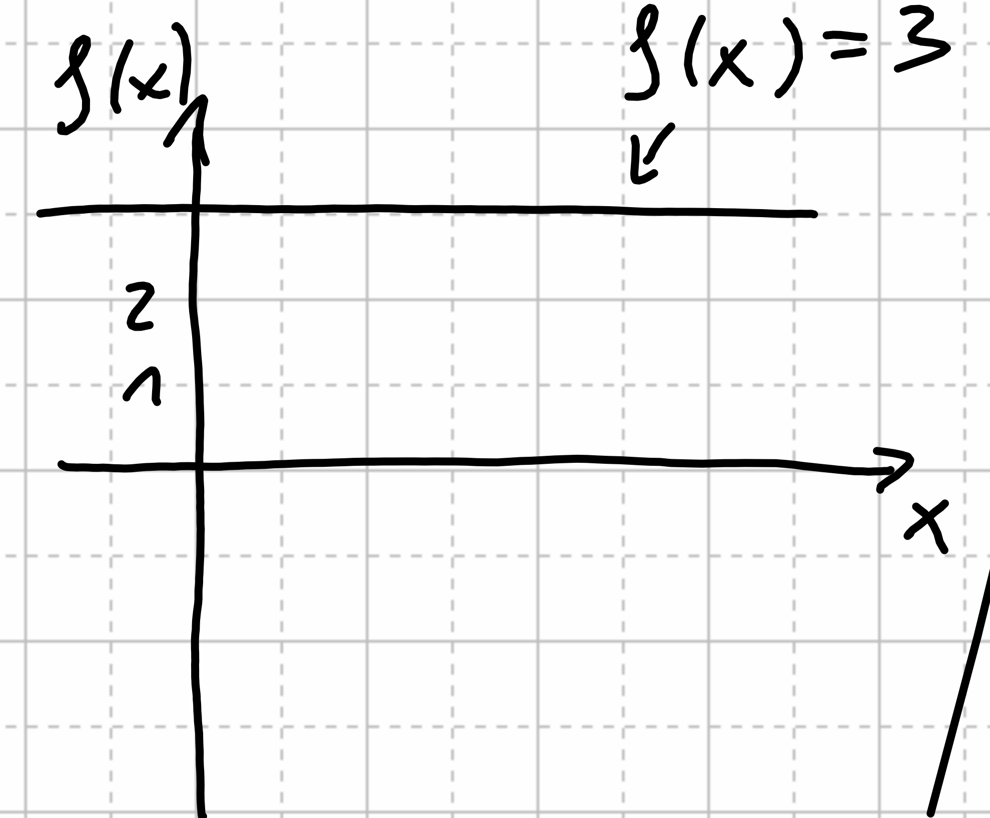
$f(x) = 3 \qquad f'(x) = 0$

$f(x) = 7 \qquad f'(x) = 0$

$f(x) = 152 \qquad f'(x) = 0$

$f(x) = -36 \qquad f'(x) = 0$

$f(x) = 0 \qquad f'(x) = 0$



$f(x) = 4 \cdot x^7 \qquad f'(x) = 28x^6$

$f(x) = 10 \cdot x^5 \qquad f'(x) = 50x^4$

HA S.218 Ableitungsregeln

S.218 Nr. 1 8 Ableitung