Beobachtung: Wenn man die Tangentensteigungen für verschiedene x-Werte einer Funktion f(x) berechnet (mit Differenzialquotienten) und einzeichnet so ergibt beim Verbinden

- eine Gerade, wenn f(x) eine Parabel (hoch 2) ist
- eine Parabel, wenn f(x) eine kubische Parabel (hoch 3) ist.

Definition: Die Funktion, die beim Einsetzen eines x-Wertes die Steigung der Tangente an dieser Stelle als Ergebnis liefert, heißt 1. Ableitung. Man bezeichnet sie mit $f'(x)$ (f Strich von x) wenn $f(x)$ die Ausgangsfunktion ist und es gilt:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x}$$

d.h. die 1. Ableitung entspricht dem Grenzwert des Differenzialquotienten

Bsp: Funktion $f(x)$ — 1. Ableitung $f'(x)$ — $n \in \{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$

Funktion $f(x)$	1. Ableitung $f'(x)$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2\cdot x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3\cdot x^2$
$f(x) = x^4$	$f'(x) = 4\cdot x^3$
$f(x) = x^5$	$f'(x) = 5\cdot x^4$
$f(x) = x^{12}$	$f'(x) = 12\cdot x^{11}$
$f(x) = x^{82}$	$f'(x) = 82\cdot x^{81}$

$\Rightarrow f(x) = x^n \quad n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow f'(x) = n\cdot x^{n-1}$

$f(x) = 2x^2$	$f'(x) = 4x$
$f(x) = 3x^2$	$f'(x) = 6x$
$f(x) = 4x^2$	$f'(x) = 8x$
$f(x) = 5x^2$	$f'(x) = 10x$
$f(x) = -8x^2$	$f'(x) = -16x$

$\Rightarrow f(x) = a\cdot x^2 \quad a \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x) = 2\cdot a\cdot x$

$f(x) = 2x^3$	$f'(x) = 6x^2$
$f(x) = 3x^3$	$f'(x) = 9x^2$
$f(x) = 5x^3$	$f'(x) = 15x^2$
$f(x) = -6{,}13x^3$	$f'(x) = -18{,}39x^2$

$\Rightarrow f(x) = a\cdot x^3 \quad a \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x) = 3\cdot a\cdot x^2$

$f(x) = 6x^1$ $\quad$ $f'(x) = 6 = 1 \cdot 6 \cdot x^0 = 1 \cdot 6 = 6$

$f(x) = 10x^1$ $\quad$ $f'(x) = 10$

$f(x) = 2x^1$ $\quad$ $f'(x) = 2$

$\Rightarrow f(x) = a \cdot x$

$\Rightarrow f'(x) = a$

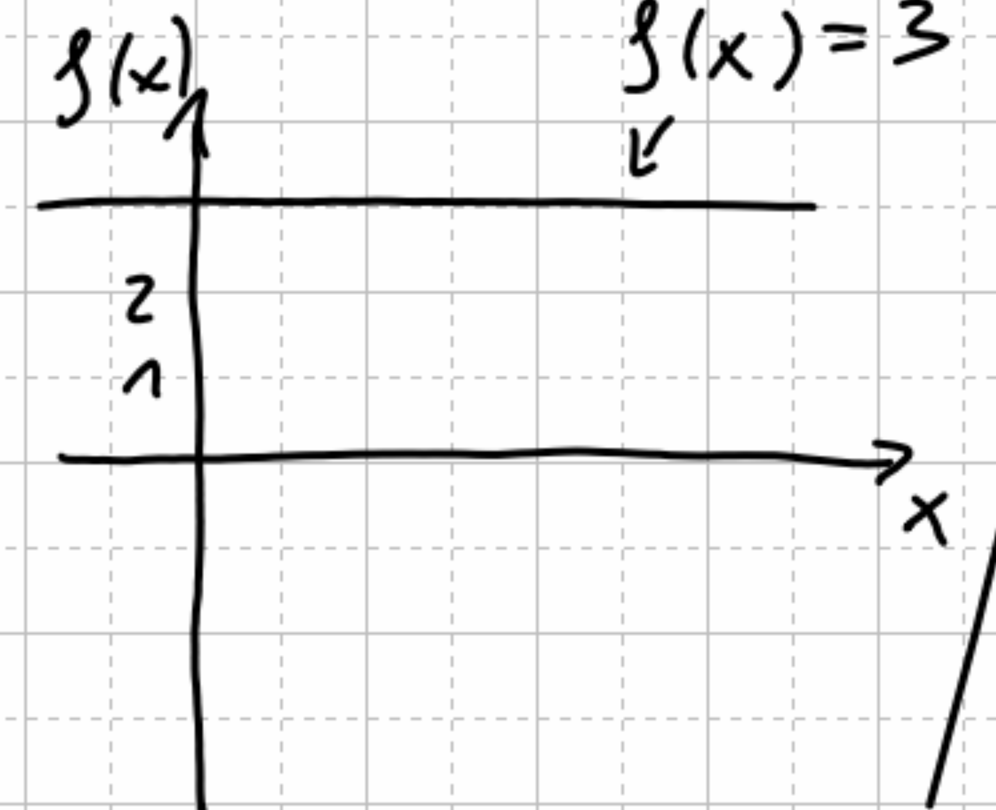
$f(x) = 3$ $\quad$ $f'(x) = 0$

$f(x) = 7$ $\quad$ $f'(x) = 0$

$f(x) = 152$ $\quad$ $f'(x) = 0$

$f(x) = -36$ $\quad$ $f'(x) = 0$

$f(x) = 0$ $\quad$ $f'(x) = 0$



$f(x) = 4 \cdot x^7$ $\quad$ $f'(x) = 28x^6$

$f(x) = 10 \cdot x^5$ $\quad$ $f'(x) = 50x^4$

HA S.218 Ableitungsregeln

S.218 Nr. 1 8 Ableitung

WHB 12b, 24.11.17 Ableitungen

S. 218

1) a) $f(x) = 2x^3 + 4x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3 \cdot 2x^2 + 4 + 0$

$= 6x^2 + 4$

b) $f(x) = 5 - 0{,}5x^2 \Rightarrow f'(x) = 0 - 1x^1 = -1x$

c) $f(x) = 5x^9 \Rightarrow f'(x) = 45x^8$

d) $f(x) = 0{,}05x^5 - 4x^4 \Rightarrow f'(x) = 0{,}25x^4 - 16x^3$

e) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \Rightarrow f'(x) = 1x^3 + 1x^2 = x^3 + x^2$

$= \frac{4}{4}x^3 + \frac{3}{3}x^2$

f) $f'(x) = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4$

g) $f'(x) =$

g) $f(x) = \frac{1}{2x^1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -1 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-1-1}$

$= -\frac{1}{2} x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$

denn $\frac{1}{x^1} = x^{-1}$

$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

h) $f(x) = \frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2} \cdot x^{-2}$ $\quad f'(x) = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-2-1}$

$= -1 x^{-3} = \frac{-1}{x^3}$

Wozu braucht man Ableitungen?

1) Durch Einsetzen eines x-Wertes in die 1. Ableitung erhält man die genaue Steigung (lokale Änderungsrate) der Tangente an dieser Stelle

Bsp: $f(x) = x^3 + 4x$ $\qquad f'(x) = 3x^2 + 4$

Einsetzen von $x=2$: $f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 4 = 16$

D.h. die Tangente an den Graphen von $f(x)$ hat an der Stelle $x=2$ die Steigung 16.