

## Wozu braucht man Ableitungen?

1) Durch Einsetzen eines  $x$ -Wertes in die 1. Ableitung erhält man diejenige Steigung (lokale Änderungsrate) der Tangente an dieser Stelle

$$\text{Bsp: } f(x) = x^3 + 4x \quad f'(x) = 3x^2 + 4$$

$$\text{Einsetzen von } x=2 : f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 4 = 16$$

D.h. die Tangente an den Graphen von  $f(x)$  hat an der Stelle  $x=2$  die Steigung 16.

WHS 125, 27.11.17

2) Man kann Stellen berechnen, an denen die Tangente eine bestimmte vorgegebene Steigung hat.

Bsp: An welcher Stelle von  $f(x) = x^2 + 2x$  hat die Tangente eine Steigung von 8?

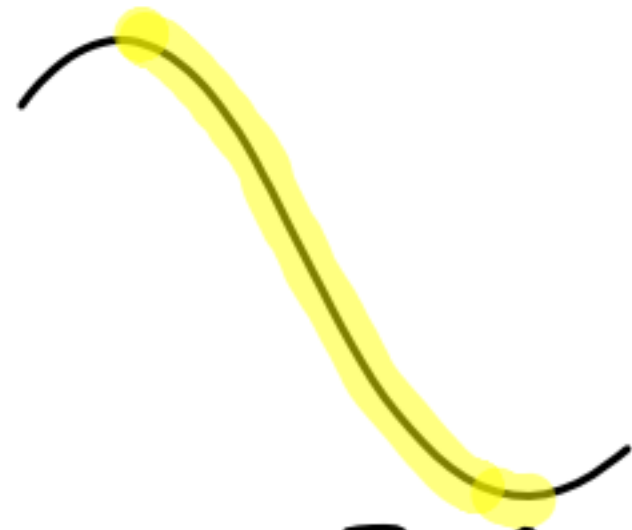
Antwort: Wo ist die Ableitung gleich 8?

$$f'(x) = 8 \Leftrightarrow 2 \cdot x + 2 = 8 \quad | -2$$

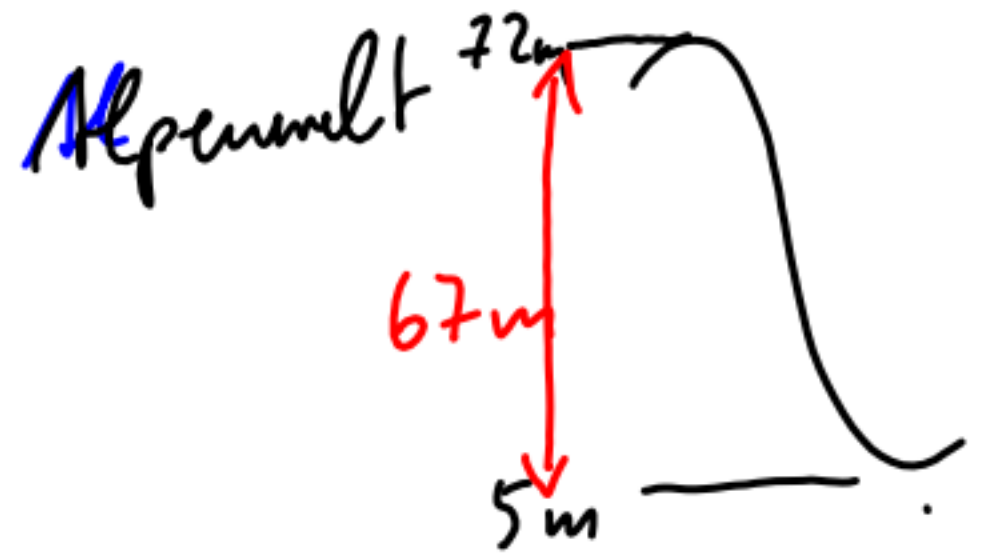
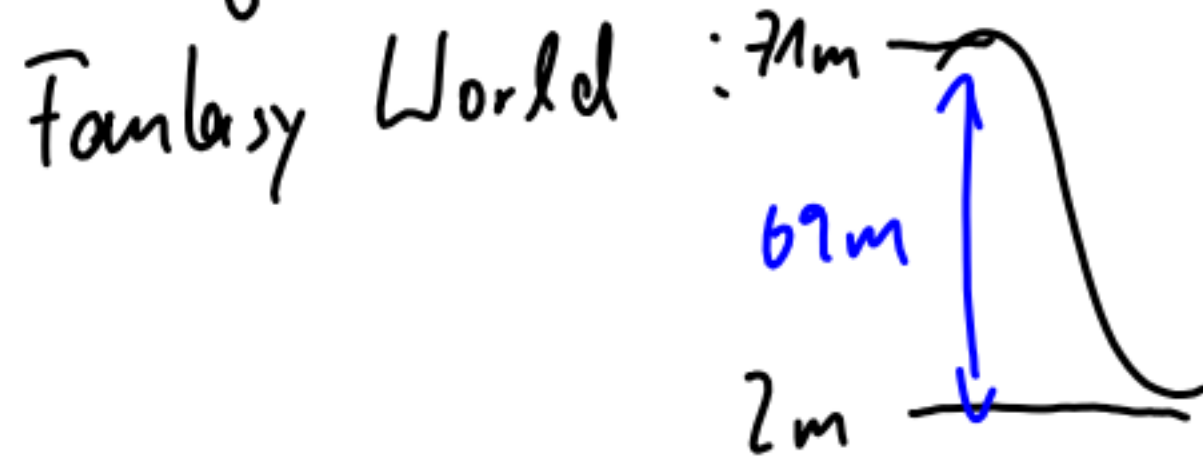
$$\Leftrightarrow 2x = 6 \quad | :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

# Problem: Achterbahn

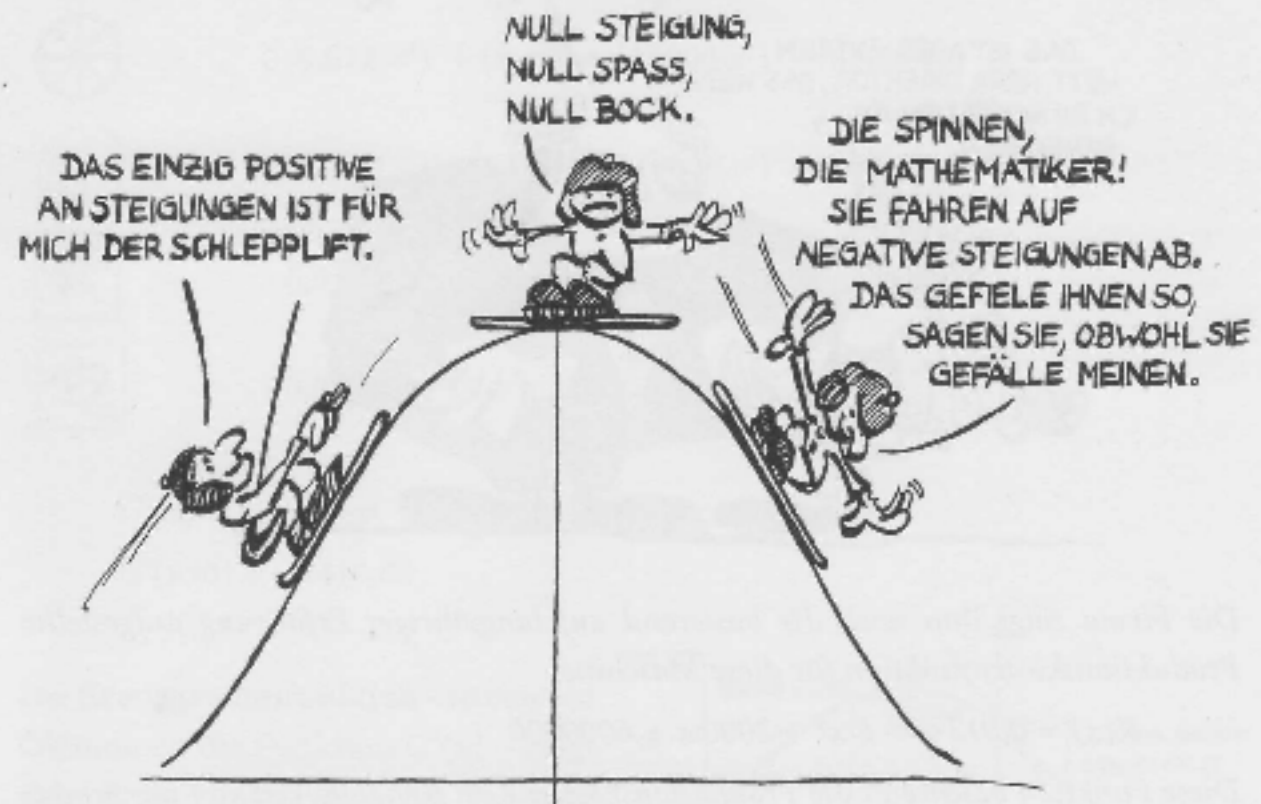
Behauptung: Höchster "First Drop" (Höhenunterschied)



Schätzung anhand von Funktionen



Die Ableitung einer Funktion gibt in Form der **Tangentensteigung** an, ob und wie schnell eine Kurve an einer bestimmten Stelle wächst oder fällt.



Ist die Ableitung  $f'(x) > 0$ , so steigt die Tangente an, die Funktion wächst also. Ist  $f'(x) < 0$  so fällt die Funktion. Bei  $f'(x) = 0$  verläuft die Funktion (zumindest für einen Augenblick) waagrecht.

Da diese Eigenschaften streng genommen nur für den jeweils betrachteten Punkt der Kurve gelten, nennt man sie **lokale Eigenschaften** einer Funktion.

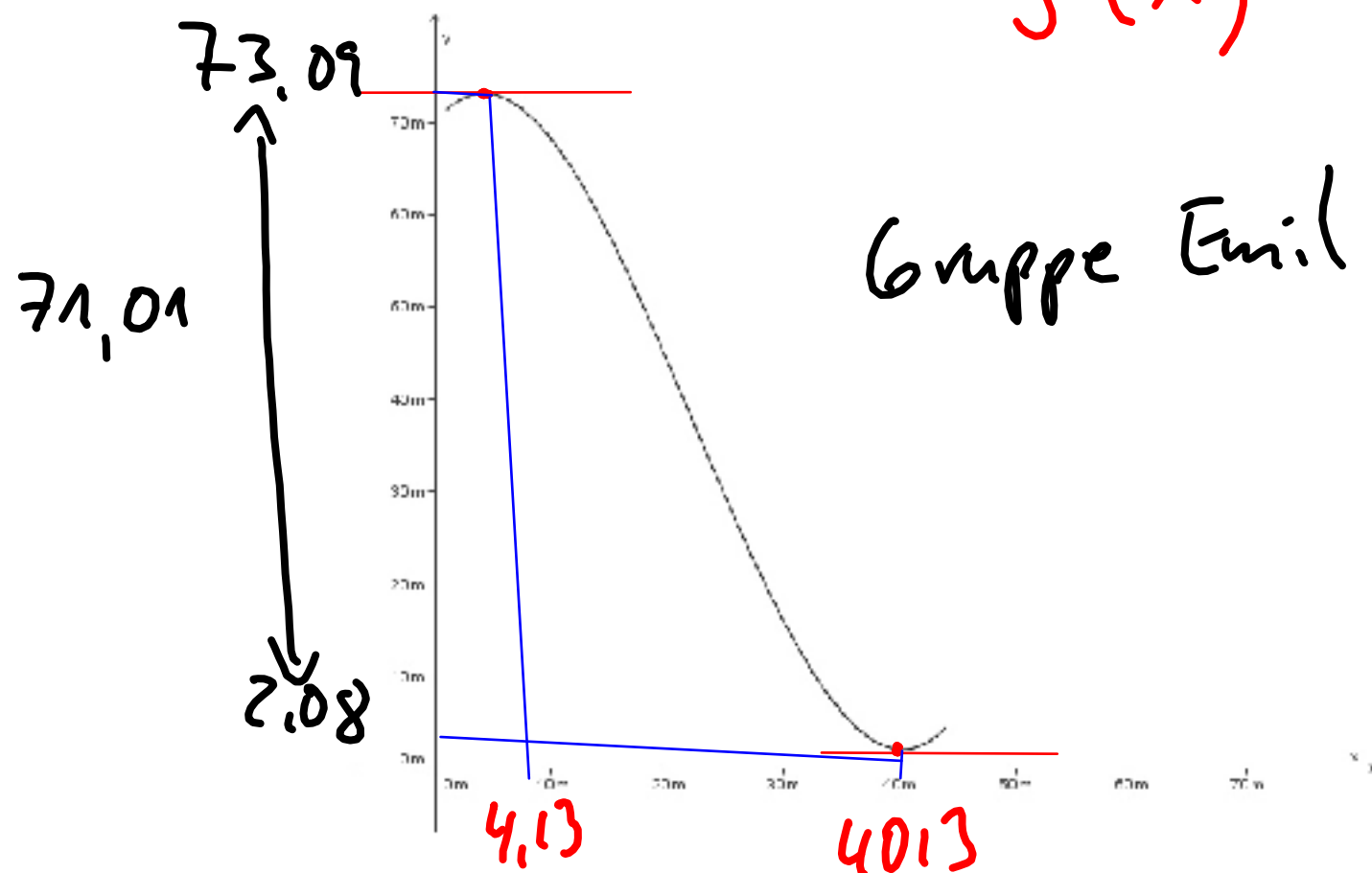
Diese einfachen Eigenschaften ermöglichen das Erstellen von interessanten Wirtschaftlichkeitsprognosen.



**Auszug aus den Konstruktionsdaten der  
Achterbahn im Erlebnispark Fantasy World**

Hersteller: Balliger & Mobilard  
Schienenlänge: 1344 Meter  
Bremsystem: Wirbelstrombremse  
Konstruktionsplan First Drop:

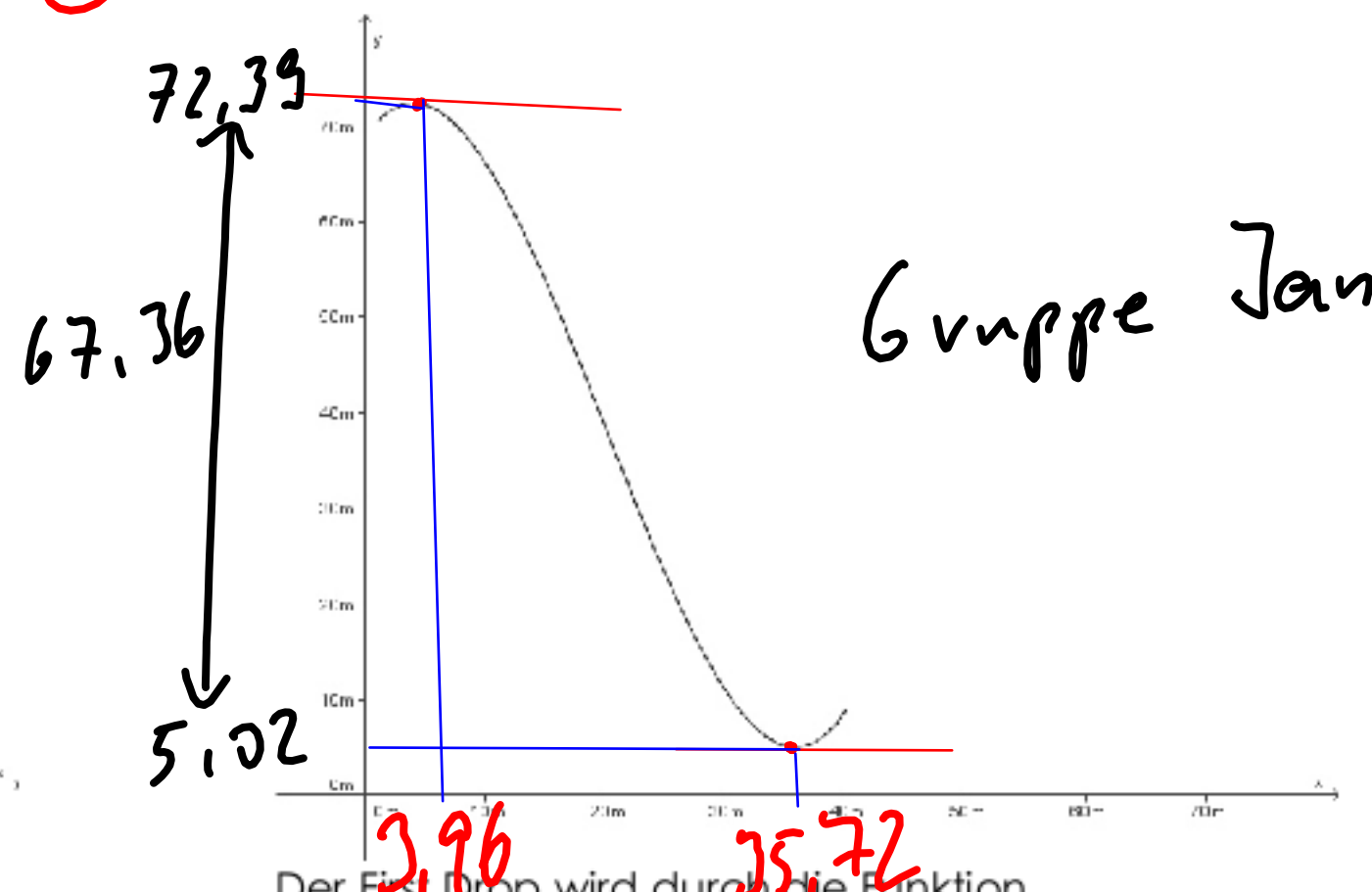
$$f'(x) = 0$$



Der First Drop wird durch die Funktion  
 $f(x) = 0,003x^3 - 0,2x^2 + 1,5x + 70,1$  auf dem Intervall  $[1;44]$   
beschrieben.

**Auszug aus den Konstruktionsdaten  
Achterbahn im Freizeitpark Alpenwelt**

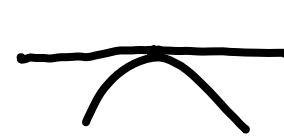
Hersteller: Garstlauer  
Schienenlänge: 1620 Meter  
Bremsystem: Induktive Magnetbremse  
Konstruktionsplan First Drop:



Der First Drop wird durch die Funktion  
 $f(x) = 0,0042x^3 - 0,25x^2 + 1,78x + 69$  auf dem Intervall  $[1;40]$   
beschrieben.

# Berechnung des Höhenunterschieds vom „First Drop“

Vorgehen: 1)  $x$ -Werte berechnen von den beiden Punkten an denen die Tangente waagrecht ist

 durch Lösen der Gleichung

$$\underline{\quad} \quad f'(x) = 0$$

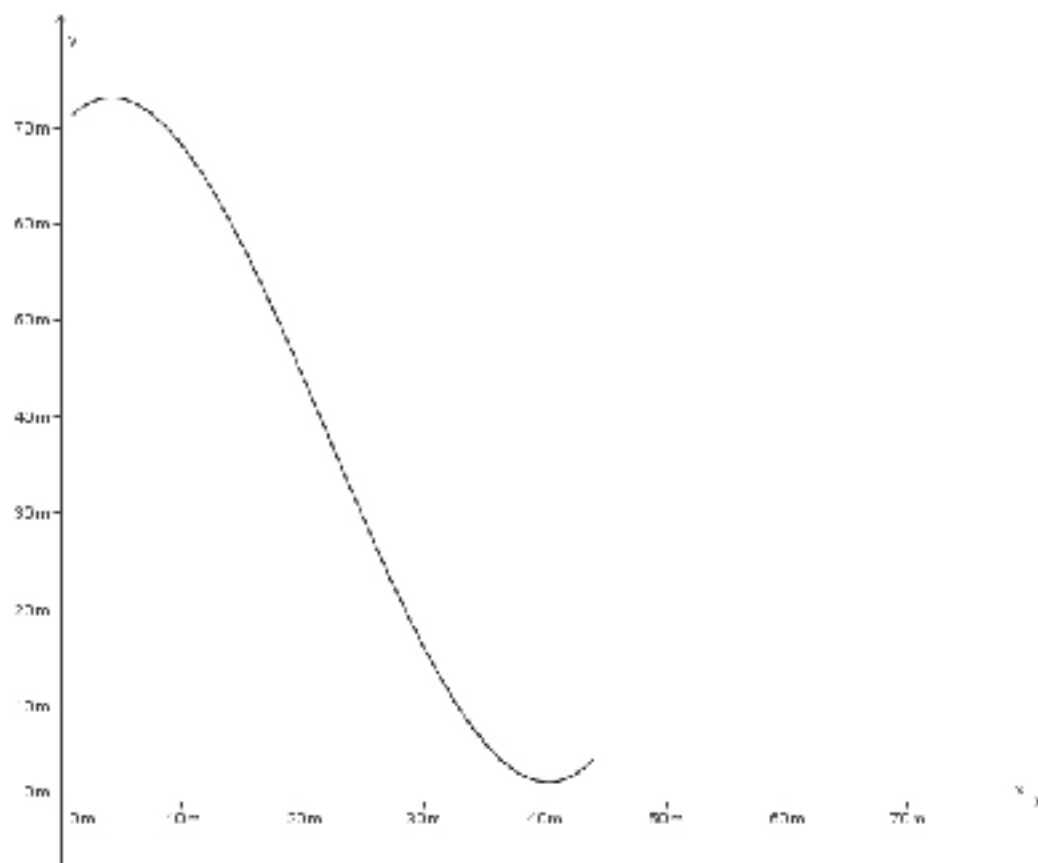
2)  $x$ -Werte aus 1) in Funktion  $f(x)$  einsetzen um  $y$ -Werte zu erhalten

3) Differenz der  $y$ -Werte entspricht dem Höhenunterschied, der beim First Drop überwunden wird (und zwar exakt).



**Auszug aus den Konstruktionsdaten der  
Achterbahn im Erlebnispark Fantasy World**

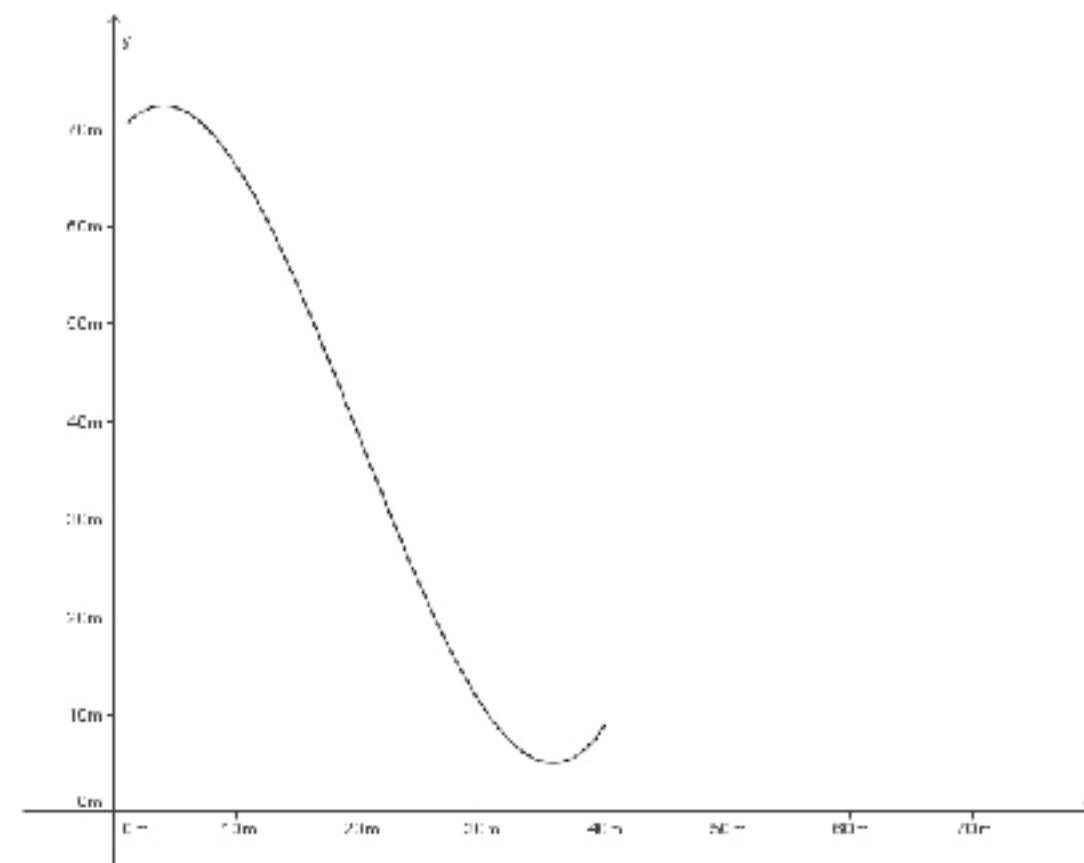
Hersteller: Balliger & Mobilard  
Schienenlänge: 1344 Meter  
Bremsystem: Wirbelstrombremse  
Konstruktionsplan First Drop:



Der First Drop wird durch die Funktion  
 $f(x) = 0,003x^3 - 0,2x^2 + 1,5x + 70,1$  auf dem Intervall  $[1;44]$   
beschrieben.

**Auszug aus den Konstruktionsdaten  
Achterbahn im Freizeitpark Alpenwelt**

Hersteller: Garstlauer  
Schienenlänge: 1620 Meter  
Bremsystem: Induktive Magnetbremse  
Konstruktionsplan First Drop:



Der First Drop wird durch die Funktion  
 $f(x) = 0,0042x^3 - 0,25x^2 + 1,78x + 69$  auf dem Intervall  $[1;40]$   
beschrieben.



## Fantasy World

$$f(x) = 0,003x^3 - 0,2x^2 + 1,5x + 70,1$$

$$f'(x) = 0,009x^2 - 0,4x + 1,5$$

Stellen mit waagerechter Tangente

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,009x^2 - 0,4x + 1,5 = 0 \quad | : 0,009$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 44,44x + 166,67 = 0$$

$$: \text{PqF}$$

$$x = 40,30$$

$$x = 4,13$$

} Hier ist die Tangente waagrecht

y-Werte:  $f(40,30) = 2,08$

$$f(4,13) = 73,09$$

Punkte mit waagerechter Tangente

$$P(40,30 | 2,08) \quad Q(4,13 | 73,09)$$

Höhendifferenz:  $73,09 \text{ m} - 2,08 \text{ m}$

$$= 71,01 \text{ m}$$

## Alpenwelt

$$f(x) = 0,0042x^3 - 0,25x^2 + 1,78x + 69$$

$$f'(x) = 0,0126x^2 - 0,5x + 1,78$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,0126x^2 - 0,5x + 1,78 = 0 \quad | : 0,0126$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 39,68x + 141,26 = 0$$

$$x = 35,72$$

$$x = 3,96$$

} Hier ist die Tangente waagrecht

y-Werte:  $f(35,72) = 5,02$

$$f(3,96) = 72,38$$

Punkte mit waagerechter Tangente

$$P(3,96 | 72,38) \quad Q(35,72 | 5,02)$$

Höhendifferenz:  $72,38 \text{ m} - 5,02 \text{ m}$

$$= 67,36 \text{ m}$$



Der Höhenunterschied der Alpenwelt-Achterbahn ist nicht so hoch wie in der Fantasy World. Er ist 3,65m geringer. Die Aussage von Alpenwelt ist falsch!