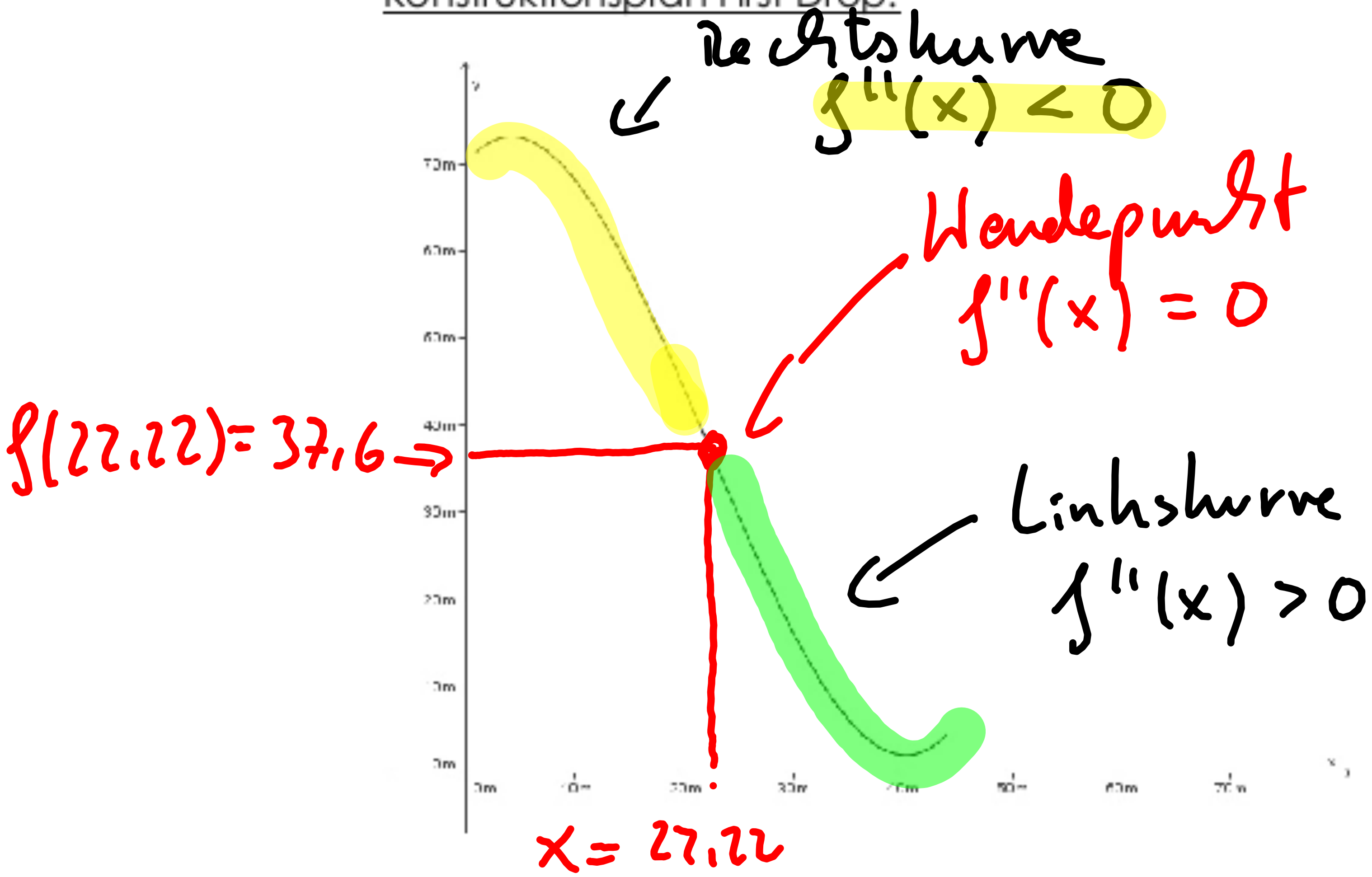
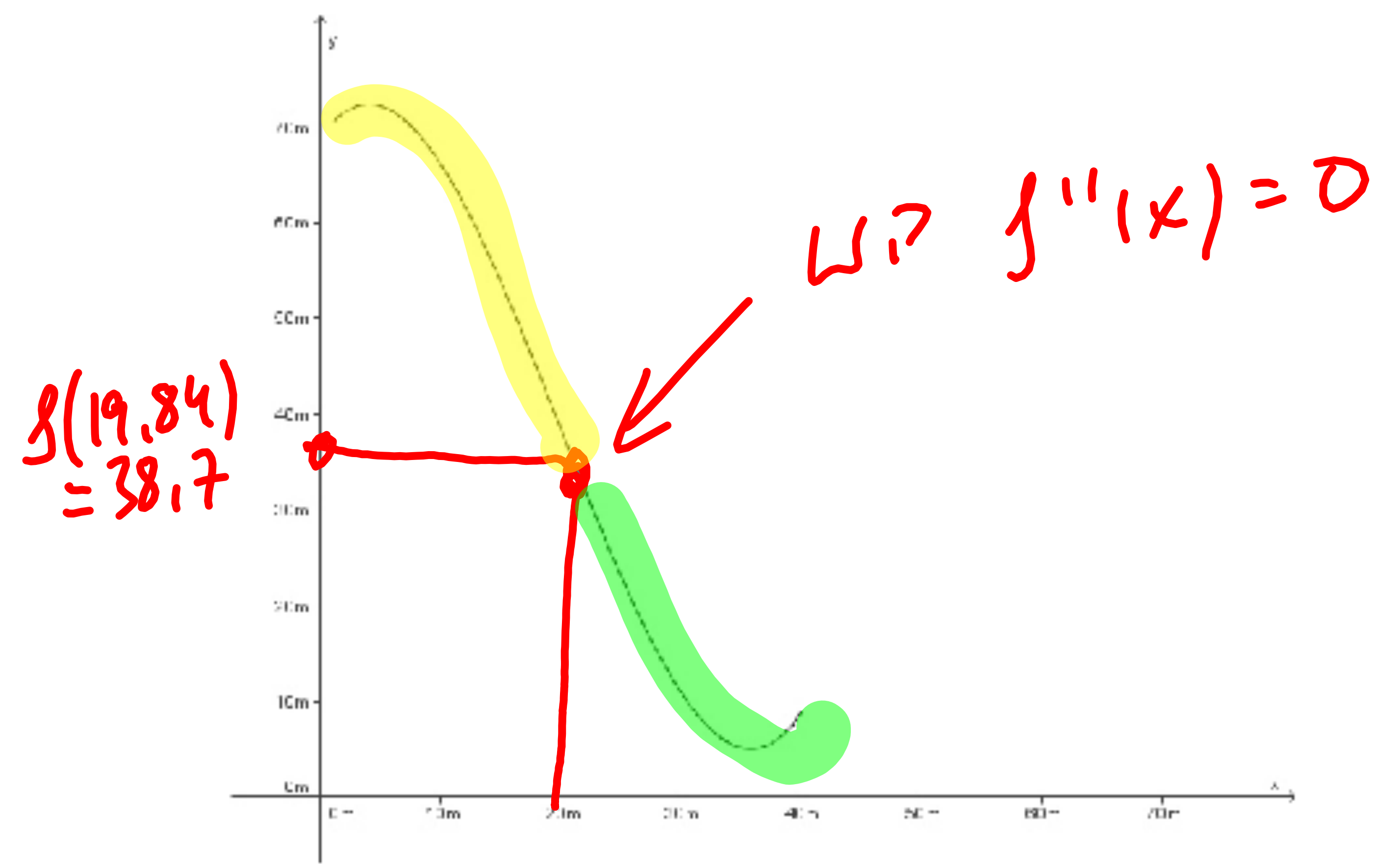
	WHB12 – Mathematik **Stundenthema: Extrem- und Wendepunkte**	Datum:

Auszug aus den Konstruktionsdaten der Achterbahn im Erlebnispark Fantasy World
Hersteller: Balliger & Mobilard
Schienenlänge: 1344 Meter
Bremssystem: Wirbelstrombremse
Konstruktionsplan First Drop:



Der First Drop wird durch die Funktion $f(x) = 0{,}003x^3 - 0{,}2x^2 + 1{,}5x + 70{,}1$ auf dem Intervall [1;44] beschrieben.

Auszug aus den Konstruktionsdaten Achterbahn im Freizeitpark Alpenwelt
Hersteller: Garstlauer
Schienenlänge: 1620 Meter
Bremssystem: Induktive Magnetbremse
Konstruktionsplan First Drop:

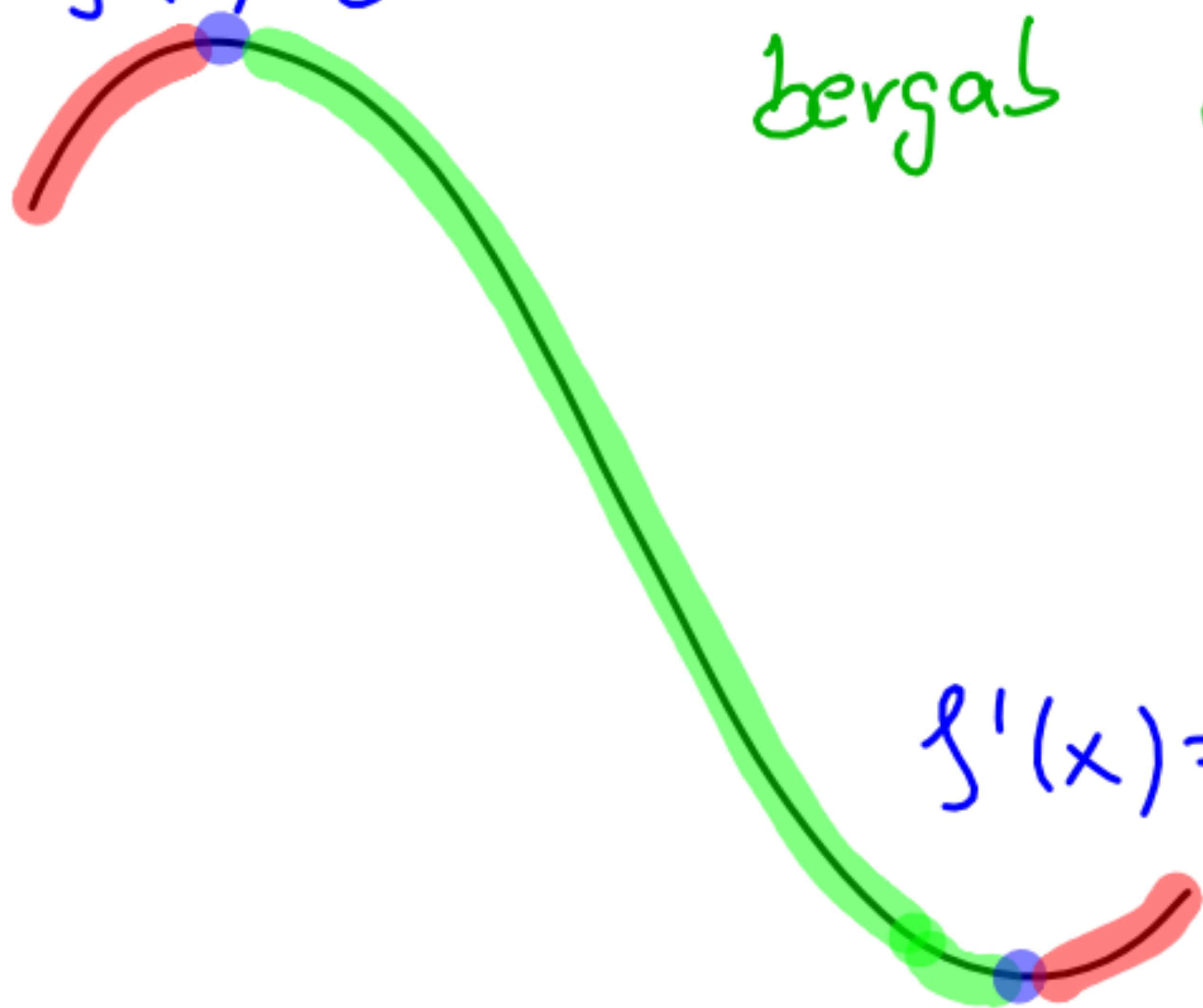


Der First Drop wird durch die Funktion $f(x) = 0{,}0042x^3 - 0{,}25x^2 + 1{,}78x + 69$ auf dem Intervall [1;40] beschrieben.

Seitenperspektive

$f'(x) = 0$

bergab $f'(x) < 0$



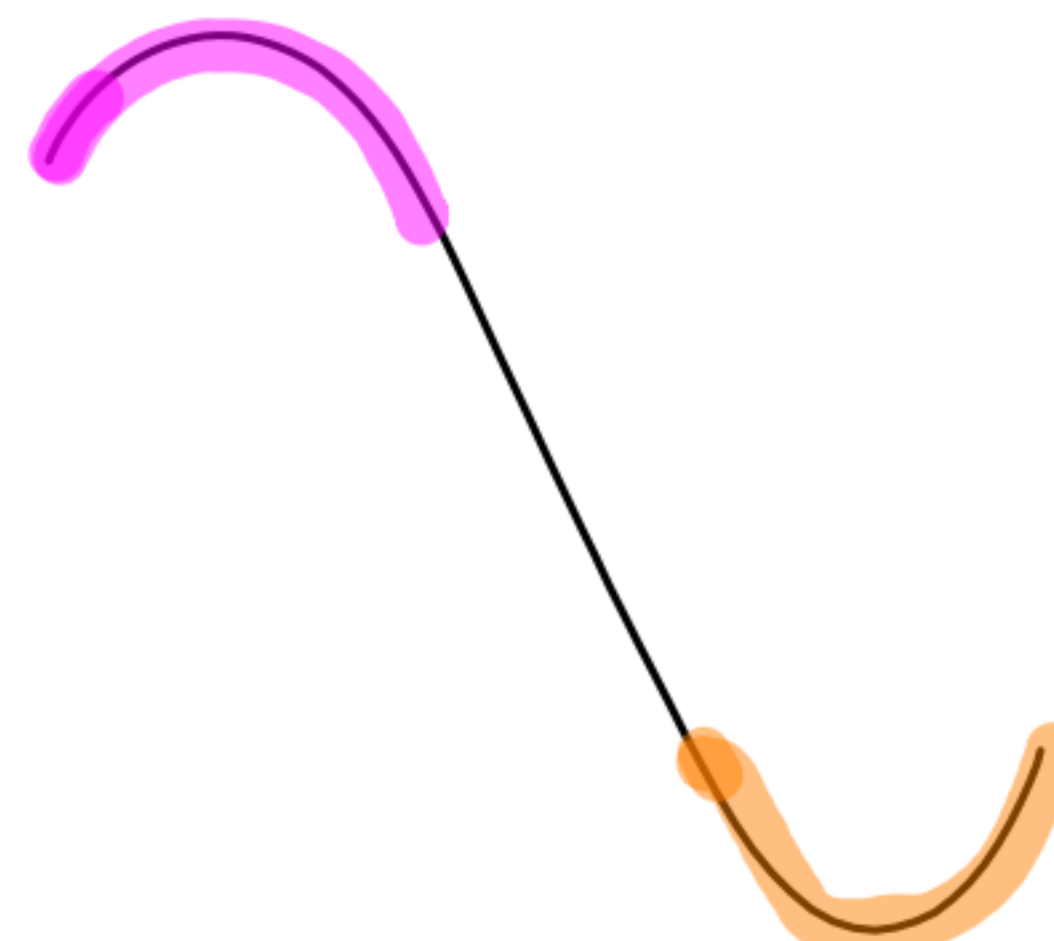
$f'(x) = 0$

bergauf

$f'(x) > 0$

Vogelperspektive (von oben)

Rechtskurve



Linkskurve

Die 2. Ableitung ($f''(x)$) macht Aussagen über das Kurvenverhalten eines Graphen.

$f''(x) < 0$ Rechtskurve

$f''(x) = 0$ Geradeaus

$f''(x) > 0$ Linkskurve

Vogel-perspektive

Der Punkt, an dem das Kurvenverhalten eines Graphen von links nach rechts oder rechts nach links wechselt, heißt Wendepunkt und kann mit $f''(x)=0$ berechnet werden

WHB12b, 7.12.17

Wendepunkte

Die steilste Stelle innerhalb der First Drop befindet sich im Wendepunkt von $f(x)$. Berechnung mit $f''(x)=0$

Fantasy World

$f(x) = 0{,}003x^3 - 0{,}2x^2 + 1{,}5x + 70{,}1$

Ableitungen

$f'(x) = 0{,}009x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$

$f''(x) = 0{,}018 \cdot x - 0{,}4$

↳ macht Aussagen über Kurvenverhalten des Graphen von $f(x)$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 0.018x - 0{,}4 = 0 \quad | +0{,}4$

$\Leftrightarrow 0{,}018x = 0{,}4 \quad | :0.018$

$\Leftrightarrow x = 22{,}\overline{22}$

An dieser Stelle hat der Graph keine Kurve

Alpenwelt

$f(x) = 0{,}0042x^3 - 0{,}25x^2 + 1{,}78x + 69$

Ableitung

$f'(x) = 0{,}0126x^2 - 0.5x + 1{,}78$

$f''(x) = 0{,}0252x - 0{,}5$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 0.0252x - 0{,}5 = 0 \quad | +0.5$

$\Leftrightarrow 0{,}0252x = 0{,}5 \quad | :0{,}0252$

$\Leftrightarrow x = 19{,}84$

An dieser Stelle hat der Graph keine Kurve y-Wert : Einsetzen von $x = 22.22$ in $f(x)$

$f(22.22) = 37,6$

WP $(22.22 \mid 37,6)$

Die Steigung der Tangente an diesem WP erhält man durch Einsetzen des x-Wertes vom WP in die 1. Ableitung $f'(x)$

$f'(22.22) = 0.009 \cdot 22.22^2 - 0.4 \cdot 22.22 + 1,5$
$= -2,94$

An der steilsten Stelle im First Drop (WP) beträgt die (negative) Steigung $-2,94$.

y-Wert $f(19.84) = 38,7$

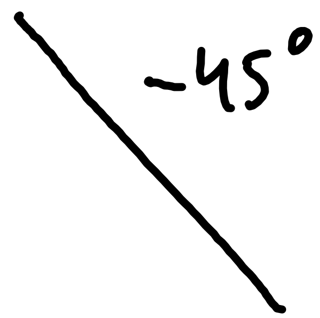
WP $(19,84 \mid 38,7)$

$f'(19,84) = 0,0126 \cdot 19,84^2 - 0,5 \cdot 19,84 + 1,78$
$= -3,18$

An der steilsten Stelle im First Drop (WP) beträgt die (negative) Steigung $-3,18$

$\Rightarrow$ Die steilste Stelle hat die Achterbahn in der Alpenwelt.

Steigung in Winkel umrechnen



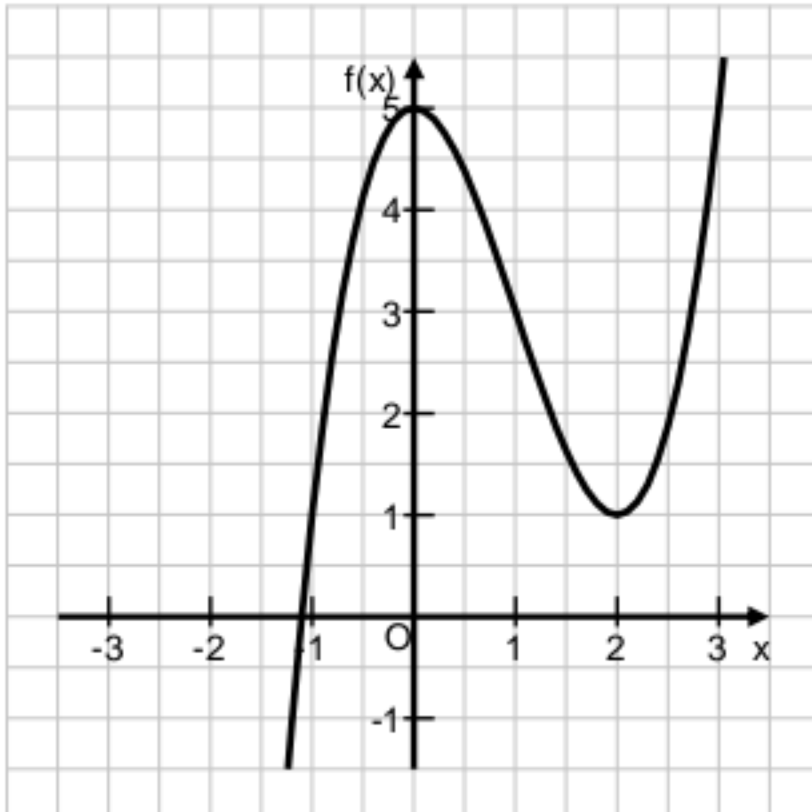
$$\tan(-45°) = -1$$

Von Zahl in Winkel

$$\tan^{-1}(-2{,}94) = -71{,}21°$$

$$\tan^{-1}(-3{,}18) = -72{,}54°$$

Situation: Sie sehen einen Ausschnitt des Graphen der Funktion $\mathbf{f(x) = x^3 - 3x^2 + 5}$.



Aufgaben:

1. Markieren Sie die Bereiche des Graphen mit einer positiven Steigung („bergauf“ in der Seitenperspektive) mit grün und die Bereiche des Graphen mit einer negativen Steigung („bergab“ in der Seitenperspektive) mit rot.

2. An zwei Punkten des Graphen ist die Tangente waagerecht. Markieren Sie diese beiden Punkte und zeichnen Sie die beiden waagerechten Tangenten ein.

3. Die beiden Punkte heißen Hochpunkt (HP) und Tiefpunkt (TP). Welche Koordinaten haben sie? Lesen Sie ab!

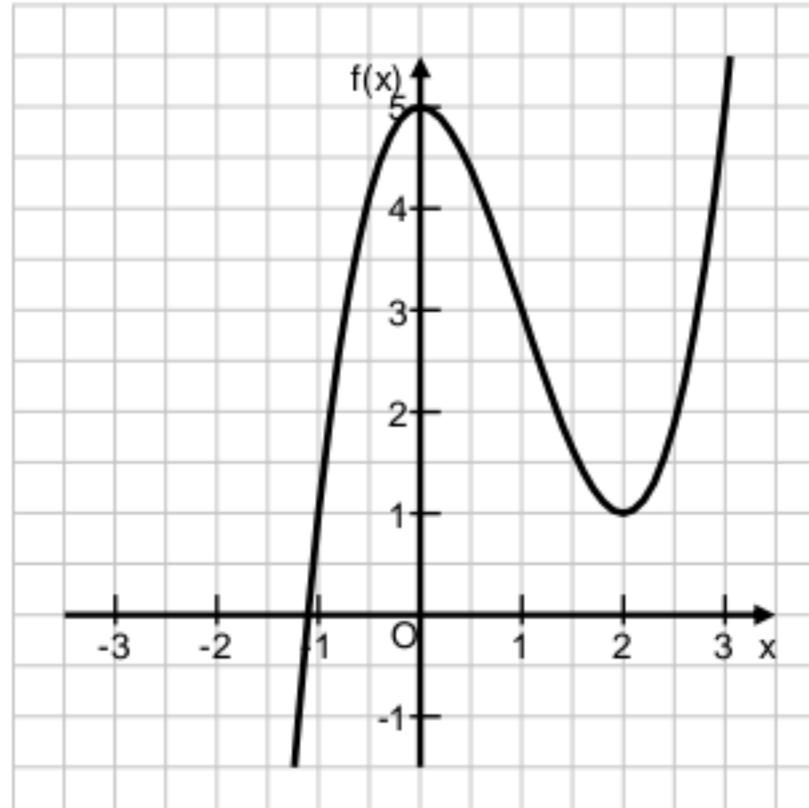
   HP (/   )   TP (/   )

4. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse aus Aufgabe 2 wie folgt:

   - Ermitteln Sie die erste Ableitung: f‘(x)=______________________________
   - Setzen Sie die x-Werte der Punkte mit den waagerechten Tangenten in f‘(x) ein

     f‘ (   ) =

Situation: Sie sehen einen Ausschnitt des Graphen der Funktion **$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$**.



Aufgaben:

1. Markieren Sie die Bereiche des Graphen mit einer positiven Steigung („bergauf" in der Seitenperspektive) mit grün und die Bereiche des Graphen mit einer negativen Steigung („bergab" in der Seitenperspektive) mit rot.

2. An zwei Punkten des Graphen ist die Tangente waagerecht. Markieren Sie diese beiden Punkte und zeichnen Sie die beiden waagerechten Tangenten ein.

3. Die beiden Punkte heißen Hochpunkt (HP) und Tiefpunkt (TP). Welche Koordinaten haben sie? Lesen Sie ab!

   HP (/   )   TP (/   )

4. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse aus Aufgabe 2 wie folgt:

   - Ermitteln Sie die erste Ableitung: f'(x)=________________________________
   - Setzen Sie die x-Werte der Punkte mit den waagerechten Tangenten in f'(x) ein

     f' (   ) =