WHD12b, 8.1.18

Klausurübungen

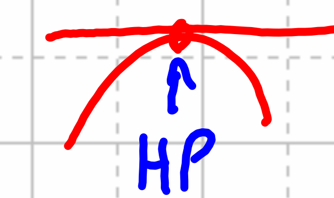
9) $G(x) = -1x^3 - 63x^2 + 705x - 1150$

Gesucht: Hochpunkt von $G(x)$

x-Wert: gewinnmaximale Menge   y-Wert: maximaler Gewinn

Ableitungen: $G'(x) = -3x^2 - 126x + 705$ $G''(x) = -6x - 126$

Notw. Bed. für HP: $G'(x) = 0$ bedeutet: Tangente ist waagerecht



$\Leftrightarrow -3x^2 - 126x + 705 = 0 \quad |:(-3)$

$\Leftrightarrow x^2 + 42x - 235 = 0$

$\vdots \; p = 42 \quad q = -235$

$x^3 = 1 \cdot x^3$

$\underline{\underline{x = 5}} \vee x = -47$ ↯ ökonomisch nicht relevant

Hinr. Bed. für HP: $G'(x) = 0 \wedge G''(x) < 0$

Steigung wird kleiner

$+ \quad 0 \quad -$

Einsetzen von $x = 5$ in $G''(x)$

$G''(5) = -6 \cdot 5 - 126 = -156 < 0 \Rightarrow$ HP bei $x = 5$

y-Wert: $G(5) = -1 \cdot 5^3 - 63 \cdot 5^2 + 705 \cdot 5 - 1150 = 675$

HP$(5 \mid 675)$

gewinnmaximale Menge: $x = 5$ ME

maximaler Gewinn: 675 GE

8) $f(x) = 3x^5 - 1440x^3 + 2000$

Ableitungen: $f'(x) = 15x^4 - 4320x^2$ $\qquad f''(x) = 60x^3 - 8640x$

$f'''(x) = 180x^2 - 8640$

Notw. Bed. für WP: $f''(x) = 0$

f''(x) macht Angaben über Kurvenverhalten von f(x)

$\Leftrightarrow 60x^3 - 8640x = 0 \quad | :60$

$\Leftrightarrow x^3 - 144x = 0$

$f''(x) > 0$ Links
$f''(x) = 0$ Geradeaus
$f''(x) < 0$ Rechts

immer bei Gleichungen hoch 3 ohne Zahl am Ende: x = 0 ist Lösung

Horner	1	0	-144	0
x = 0	1	0	-144	0 ✓

$(x-0) \cdot (1x^2 + 0x - 144) = 0$

SvN $\quad x - 0 = 0 \lor 1x^2 + 0x - 144 = 0$

$\underline{x = 0} \qquad \underline{x = +12} \lor \underline{x = -12}$

Stellen, an denen der Graph geradeaus verläuft

Hinr. Bed. für WP → später mit $f'''(x)$

y-Werte: $f(0) = 2000$ WP₁$(0 \mid 2000)$

$f(12) = 1\,743\,824$ $WP_2(12 \mid 1\,743\,824)$

$f(-12) = -1\,743\,824$ $WP_3(-12 \mid -1\,743\,824)$

WP sind einfacher, je kleiner der Grad der Funktion ist

→ z.B. Aufg. 2

2a) $f(x) = 1x^3 + 6x^2 - 36x + 5$ gesucht: WP

Ableitungen: $f'(x) = 3x^2 + 12x - 36$ $f''(x) = 6x + 12$ $f'''(x) = 6$

Notw. Bed. für WP: $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 12 = 0 \quad | :6 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \quad | -2$

$\Leftrightarrow \underline{x = -2}$

Hinr. Bed. → später y-Wert: $f(-2) = 93$ $WP(-2 \mid 93)$