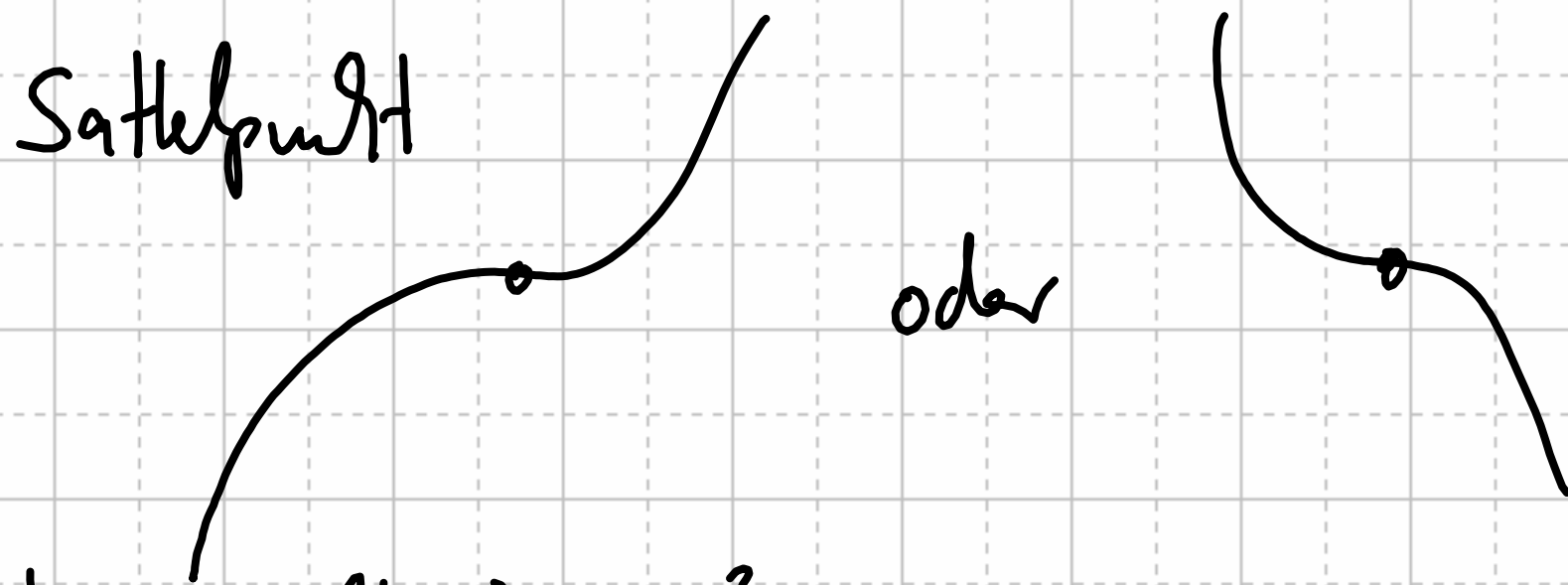


WH3126, 10.01.18

Klausurvorbereitung

7) Sattelpunkt

Zeigen Sie, dass  $f(x) = 2x^3 - 30x^2 + 150x - 250$  bei  $(5|0)$  einen Sattelpunkt hat.



Im Sattelpunkt ist die Tangente waagrecht, d.h.  $f'(x) = 0$

Im Sattelpunkt ist die Krümmung gleich 0 („geradeaus“), d.h.  $f''(x) = 0$

Ableitungen:  $f'(x) = 6x^2 - 60x + 150$   
 $f''(x) = 12x - 60$

Prüfen:  $f(5) = 0$  ?      $f(5) = 2 \cdot 5^3 - 30 \cdot 5^2 + 150 \cdot 5 - 250 = 0$  ✓  
 $f'(5) = 0$  ?      $f'(5) = 6 \cdot 5^2 - 60 \cdot 5 + 150 = 0$  ✓  
 $f''(5) = 0$  ?      $f''(5) = 12 \cdot 5 - 60 = 0$  ✓

}  $\Rightarrow$  SP bei  $x=5$  } SP bei  $(5|0)$

Ein Sattelpunkt ist ein Wendepunkt ( $f''(x)=0$ ) mit waagerechter Tangente ( $f'(x)=0$ ).

4) a) Höhenunterschied: Differenz der y-Werte von HP und TP

Beispielfunktion: Ableitungen:  $f'(x) = 0,375x^2 - 1,5x$   
 $f''(x) = 0,75x - 1,5$

Notw. Bed.:  $f'(x)=0 \Leftrightarrow 0,375x^2 - 1,5x = 0$   
 $\Leftrightarrow x=0 \vee x=4$  (pqF)

Hinr. Bed.  $f'(x)=0 \wedge f''(x) \neq 0$

$f''(0) = -1,5 < 0 \Rightarrow$  HP bei  $x=0$

$f''(4) = +1,5 > 0 \Rightarrow$  TP bei  $x=4$

y-Wert:  $f(0) = 4$  HP (0|4)

$f(4) = 0$  TP (4|0)

Differenz der  $y$ -Werte:  $\overset{HP}{4} - \overset{TP}{0} = 4$

Der Höhenunterschied ist 4m.

b) Steilste Stelle liegt im WP.

Notw. Bed. für WP  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 0,75x - 1,5 = 0 \quad | +1,5 \quad | :0,75$

Bei  $x=2$  ist die steilste Stelle des Graphen  $x=2$

Steigungen findet man in  $f'(x)$

$$f'(2) = 0,375 \cdot 2^2 - 1,5 \cdot 2 = -1,5 < -1,55$$

Vorgabe

Die Rutsche hat eine maximale Steigung von  $-1,5$  und einen Höhenunterschied von 4m, also werden die TÜV-Anforderungen erfüllt!

3) a) Steigung der Sekante  $P(1|1)$   $Q(1,1|1,21)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1,21 - 1}{1,1 - 1} = \frac{0,21}{0,1} = \underline{\underline{2,1}}$$

b) Steigung der Tangente (Einsetzen von x-Wert in  $f'(x)$ )

$$f(x) = x^2 \quad f'(x) = 2x$$

$P(1|1)$ :  $f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$  Steigung der Tangente an P

$Q(1,1|1,21)$ :  $f'(1,1) = 2 \cdot 1,1 = 2,2$  Steigung der Tangente an Q

$$6) \quad a) \quad f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$\text{Ableitungen: } f'(x) = 3x^2 + 12x + 12 \quad f''(x) = 6x + 12$$

$$\text{Nohr. Bed. } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 12x + 12 = 0$$

$\stackrel{\text{pqf}}{\Leftrightarrow} x = -2$

$$\text{Minr. Bed. } f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$$

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) + 12 = 0$$

$\Rightarrow$  Da  $f''(-2) = 0$  liegt bei  $x = -2$  ein Sattelpunkt  
und kein HP oder TP