Umstellen der Zinseszinsformel nach

- K_0 : gegeben n, K_n, p gesucht : K_0

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \Big| : q^n \quad \iff \quad \frac{K_n}{q^n} = K_0$$

- q : gegeben : n, K_0, K_n gesucht : q bzw. p

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \Big| : K_0 \quad \iff \quad \frac{K_n}{K_0} = q^n \quad \Big| \sqrt[n]{}$$

n-te Wurzel

$$\iff \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} = q$$

Bsp: ... $2 = q^8 \quad \Big| \sqrt[8]{} \quad \iff \sqrt[8]{2} = q \iff 1{,}09 = q$

$\Rightarrow p = 9\,\%$

TR $\boxed{\sqrt[\square]{\square}}$ $\boxed{\sqrt[x]{}}$

• n gegeben K_0, K_n, p gesucht: n

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \Big| :K_0 \iff \frac{K_n}{K_0} = q^n \quad \Big| \log$$

$$\iff \log\left(\frac{K_n}{K_0}\right) = \log q^n \iff \log\left(\frac{K_n}{K_0}\right) = n \cdot \log q \quad \Big| :\log q$$

$$\iff \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log q} = n$$

Es gilt $\log a^x = x \cdot \log a$

Bsp: gegeben K_0: $5000€$ $p = 1{,}5\,\%$ $K_n = 15000\,€$

gesucht: n

$$K_n = K_0 \cdot q^n \Leftrightarrow 15000\,€ = 5000\,€ \cdot 1{,}015^n \quad | :5000\,€$$

$$\Leftrightarrow 3 = 1{,}015^n \quad | \log \quad \Leftrightarrow \log 3 = \log 1{,}015^n$$

$$\Leftrightarrow \log 3 = n \cdot \log 1{,}015 \quad | : \log 1{,}015$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log 3}{\log 1{,}015} = n = 73{,}79$$

HA S. 342 2, 3, 4

WHB12b, 8.2.18

Zinseszinsformel

S. 342, Nr 2) Bestimmung von k_0

$$K_n = k_0 \cdot q^n$$

a) $K_{12} = k_0 \cdot q^{12} \Leftrightarrow 8081{,}35\,€ = K_0 \cdot \underbrace{1{,}05}_{=1+\frac{5}{100}}{}^{12} \quad | : 1{,}05^{12}$

$$\Leftrightarrow \frac{8081{,}35\,€}{1{,}05^{12}} = k_0 = 4500{,}00\,€$$

Rundungsproblematik konnte 4499,99 ergeben

b) $K_{14} = k_0 \cdot q^{14} \Leftrightarrow 7634{,}81\,€ = k_0 \cdot 1{,}0375^{14} \quad | : 1{,}0375^{14}$

$$\Leftrightarrow 4560{,}00\,€ = k_0$$

c) $K_0 = 8550{,}00\,€$

d) $K_0 = 239.813{,}16\,€$

S. 342, Nr 3 Bestimmung von p

a) $K_4 = K_0 \cdot q^4 \Leftrightarrow 7049{,}94\,€ = 5800{,}00\,€ \cdot q^4 \quad |:5800{,}00\,€$

$\Leftrightarrow 1{,}2155 = q^4 \quad | \sqrt[4]{\ } \quad \Leftrightarrow 1{,}05 = q$

$\Rightarrow 5\,\% = p$

b) $9299{,}68\,€ = 6500{,}00\,€ \cdot q^7 \quad | : 6500{,}00\,€ \quad \Leftrightarrow 1{,}4307 = q^7 \quad | \sqrt[7]{\ }$

$\Leftrightarrow q = 1{,}0525 \quad \Rightarrow \quad p = 5{,}25\,\%$

Rundungsvorgabe: Immer mit 4 Nachkommastellen bei p und q rechnen

c) $\dfrac{1988{,}96\,€}{750\,€} = q^{14} \quad | \sqrt[14]{\ } \quad \Leftrightarrow q = 1{,}0450 \quad \Rightarrow p = 4{,}5\,\%$

d) $p = 6{,}25\,\%$

e) $p = 3{,}25\,\%$

Formel: $q = \sqrt[n]{\dfrac{K_n}{K_0}}$

S. 342, 4) Bestimmung von n

a) $K_n = K_0 \cdot q^n \Leftrightarrow 3036{,}77€ = 2400€ \cdot 1{,}04^n \quad | : K_0$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}27 = 1{,}04^n \quad | \log$

$\Leftrightarrow \quad \log 1{,}27 = \log 1{,}04^n \Leftrightarrow \log 1{,}27 = n \cdot \log 1{,}04 \quad | : \log 1{,}04$

$\Leftrightarrow \frac{\log 1{,}27}{\log 1{,}04} = n = 6{,}0941$ wg. Rundung !!

$\frac{3036{,}77€}{2400{,}00€}$ ohne Runden erhält man am Ende

$n = 6{,}00004 \Rightarrow \underline{\underline{n = 6}}$

Formel: $n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log q} = \frac{\log\left(\frac{3036{,}77}{2400}\right)}{\log 1{,}04} =$

b) $n = \dfrac{\log\left(\frac{k_n}{k_0}\right)}{\log q} = \dfrac{\log\left(\frac{27384.13}{17500}\right)}{\log 1.0325} = 14$

c) $n = \dfrac{\log\left(\frac{2778.16}{1456}\right)}{\log(1.055)} = 12$

d) $n = 18$

e) $n = 3$

Unterjährige Verzinsung

$K_0 = 10000\,€$ Anlagedauer $n = 2$ Jahre

Bank A : 3 % p.a Lateinisch : per annum $\hat{=}$ für ein Jahr / pro Jahr

Bank B : 0,25 % pro Monat

Bank C : 1,5 % pro 6 Monate

Berechnung des Endkapitals : Verwendung der Zinseszinsformel unter Berücksichtigung der Zinsperioden im Anlagezeitraum

A : 2 Zinsperioden : $K_2 = 10000\,€ \cdot 1.03^2 = 10.609{,}00\,€$

B : 24 Zinsperioden : $K_{24} = 10000\,€ \cdot 1{,}0025^{24} = 10\,617{,}57\,€$

C : 4 Zinsperioden : $K_4 = 10000\,€ \cdot 1{,}015^4 = 10\,613{,}64\,€$

Vergleichbarkeit von unterjähriger Verzinsung durch Umrechnung des Periodenzinses auf einen Jahreszins, genannt Effektivzins

Bsp: $p = 0{,}25\,\%$ pro Monat

Effektivzins: $\left(1 + \frac{0{,}25}{100}\right)^{12} = 1{,}0025^{12} = 1{,}0304 = q$

$\Rightarrow p_{eff} = 3{,}04\,\%$ p.a

Bsp: $p = 1{,}5\,\%$ pro 6 Monate

Effektivzins: $\left(1 + \frac{1{,}5}{100}\right)^{2} = 1.015^{2} = 1{,}0302$

$\Rightarrow p_{eff} = 3{,}02\,\%$ p.a

HA: S. 341 unten Kredithai