

WHB125, 22.02.18 Rentenrechnung

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

S. 349, Umwandlung einer Rentenauszahlung

Ziel: Vergleich der Renten durch Barwertermittlung um neue Rente auszurechnen.

1) Rentenendwert (nachschüssig)

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 12000 \text{€} \cdot \frac{(1,05^{10} - 1)}{(1,05 - 1)} = \underline{150.934,71 \text{€}} = R_{10}$$

Abzinsen auf heute (Barwert): Wie viel € bräuhete man heute, um in 10 Jahren 150.934,71 € zu erhalten bei 5% p.a.?

$$K_0 = \frac{150.934,71 \text{€}}{1,05^{10}} = \underline{92.660,82 \text{€}}$$

2) neuer Rentenendwert (8 Jahre nach 4 Jahren Pause)

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = R_8 = r \cdot \frac{(1.05^8 - 1)}{(1.05 - 1)}$$

Abzinsen auf heute: (Pause beachten)

$$K_0 = \frac{R_8}{1.05^{12}}$$

→ Die beiden Barwerte müssen übereinstimmen: Gleichsetzen und nach  $r$  auflösen

$$3) r \text{ ausrechnen: } 92.660,82 \text{ €} = \frac{R_8}{1.05^{12}} \Leftrightarrow 92.660,82 \text{ €} = \frac{r \cdot \frac{(1.05^8 - 1)}{(1.05 - 1)}}{1.05^{12}} \quad | \cdot 1.05^{12}$$

$$\Leftrightarrow 92.660,82 \text{ €} \cdot 1.05^{12} = r \cdot \frac{1.05^8 - 1}{0.05} \quad | \cdot 0.05 \Leftrightarrow 92.660,82 \text{ €} \cdot 1.05^{12} \cdot 0.05 = r \cdot (1.05^8 - 1)$$

$$\frac{92.660,82 \text{ €} \cdot 1.05^{12} \cdot 0.05}{(1.05^8 - 1)} = r = \underline{\underline{17.426,29 \text{ €}}} \quad | : (1.05^8 - 1)$$

Wenn die Rente erst nach einer 4-jährigen Pausse für 8 Jahre nachschüssig ausbezahlt wird, so beträgt die Rente statt 10000 € nun 17426,29 €.

Weitere Übung: S. 350 Nr. 10 Lösung  $r = 3200,51 €$

# Annuitätendarlehen (mit Anfangstilgung)

Anfangslage:  $K_0 \hat{=}$  Höhe des Darlehens (Schuld zu Beginn des Darlehens)

Zinssatz  $p\%$  p.a.

Anfangstilgung  $i\%$  p.a. (Tilgung im 1. Jahr)

Tilgung  $\hat{=}$  Verringerung der Schulden

Aufgabe: Herr V. nimmt ein Darlehen in Höhe von 120.000 € auf. Die Bank verlangt einen Zinssatz von  $4,7\%$  p.a. Es wird eine Anfangstilgung von  $2\%$  p.a. vereinbart.

Annuität ist die jährliche gleich hohe Zahlung an die Bank, die Annuität ist zusammengesetzt aus dem Zinsteil und dem Tilgungsteil.

Berechnung der Annuität: 
$$A = K_0 \cdot \frac{(p + i)}{100} = 120000 \text{ €} \cdot \frac{(4,7 + 2)}{100} = 8040 \text{ €}$$

# Tilgungsplan

Jahr	Schuld zu Jahresbeginn	Annuität	Zinsen	Tilgung	Restschuld am Jahresende
1	120 000,00 €	8040,00 €	5640,00 € *	2400,00 € *	117 600,00 € *
2	117 600,00 €	8040,00 €	5527,20 € **	2512,80 €	115 087,20 €
3	115 087,20 €	8040,00 €	5408,09 €	2630,91 €	112 456,29 €
4					
5					
6					

\*  $120\,000\text{€} \cdot \frac{4,7}{100}$

\* Annuität - Zinsen  
 $8040\text{€} - 5640\text{€}$

\* Schuld Jahresbeginn  
 - Tilgung

\*\*  $117\,600 \cdot \frac{4,7}{100}$