

WHB 126, 15.3.18

Aufgabe: Herr Issa hat 666.000 € aus einer Lebensversicherung zur Verfügung. Er möchte sich über 20 Jahre jedes Jahr 36.000 € nachschüssig auszahlen lassen. Gehen Sie von einem Zinssatz von 1% p.a. aus. Ist der Plan realisierbar?

Idee: Rentenendwert: $R_{20} = 36000 \text{ €} \cdot \frac{(1,01^{20} - 1)}{(1,01 - 1)} = \underline{\underline{792.684,14 \text{ €}}}$

Kapitalwert nach 20 Jahren: $K_{20} = 666.000 \text{ €} \cdot 1,01^{20} = \underline{\underline{812.646,57 \text{ €}}}$

$$K_{20} - R_{20} = 812.646,57 \text{ €} - 792.684,14 \text{ €} = 19.962,43 \text{ €} > 0$$

\Rightarrow Plan realisierbar

Auszahlungsplan

Jahr	Kapital zu Jahresbeginn	Zinsen am Jahresende	Auszahlung am Jahresende	Kapital am Jahresende
1	666.000 €	6660 €	36.000 €	636.660 € = 666.000 € + 6660 € - 36000 €
2	636.660 €	6366,60 €	36000 €	607.026,60 €

20

- 3 Möglichkeiten
- 1) noch Geld da
 - 2) kein Geld da (minus)
 - 3) genau 0

Aufgabe: Herr Cicibas hat 7 200 000 €. Er möchte die Summe verteilt auf 3 Jahre nachschüssig als Rente von 2.500 000 € auszahlen lassen. Zinssatz 2% p.a. Geht das?

Jahr	Kapital Jahresbeginn	Zinsen (Jahresende)	Auszahlung (Jahresende)	Kapital (Jahresende)
1	7.200 000 €	144.000 €	2.500 000 €	4 844 000 €
2	4 844 000 €	96 880 €	2.500 000 €	2 440 880 €
3	2 440 880 €	48 817,60 €	2 500 000 €	- 10 302,40 €

Plan geht,
nicht!

Nennwert $R_3 = 2 500 000 € \cdot \frac{(1,02^3 - 1)}{(1,02 - 1)} = 7 651 000,00 €$

Kapitalwert: $K_3 = 7 200 000 € \cdot 1,02^3 = 7 640 697,60 €$

Lösungsansatz bei dieser Art von Fragestellungen:

$$K_n - R_n < 0 \rightarrow \text{Plan nicht realisierbar}$$

$$K_n - R_n = 0 \rightarrow \text{Plan realisierbar}$$

$$K_n - R_n > 0 \rightarrow \text{Plan realisierbar}$$

$$\text{Kapitalendwert} - \text{Rentlendwert} = \text{Restguthaben nach } n \text{ Jahren}$$

Alternativlösung

$$\text{Ansatz: } K_0 \cdot q^n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

nach n auflösen (mit Logarithmus)

$n <$ geplantes n : geht nicht
 $n =$ geplantes n : geht
 $n >$ geplantes n : geht

Unterjährixe Verzinsung

50000 € sollen 2 Jahre angelegt werden!

Bank A

1,01% p.a.

$$K_2 = 50000 \text{ €} \cdot 1,0101^2 \\ = 51015,10 \text{ €}$$

Bank B

0,25% pro Quartal

$$K_8 = 50000 \text{ €} \cdot 1,0025^8 \\ = 51008,79 \text{ €}$$

in zwei Jahren gibt es
8 Zinsperioden

Effektivzins: (pro Jahr)

$$P_{\text{eff}} : \left(1 + \frac{0,25}{100}\right)^4 = 1,0025^4 = 1,01003 \\ \Rightarrow P_{\text{eff}} = 1,003\% \text{ p.a.}$$

Übungsaufgabe

Gegeben sei die ertragsgesetzliche Kostenfunktion $K(x) = 1x^3 - 6x^2 + 16x + 16$.

Variable Kosten

Fixkosten

$K_v(x)$ K_{fix}

$1x^3 - 6x^2 + 16x$

$$= 1x^2 - 6x + 16$$

- Variable Stückkostenfunktion $k_v(x) = K_v(x) / x$:

$$\frac{1x^3 - 6x^2 + 16x + 16}{x} = 1x^2 - 6x + 16 + \frac{16}{x}$$

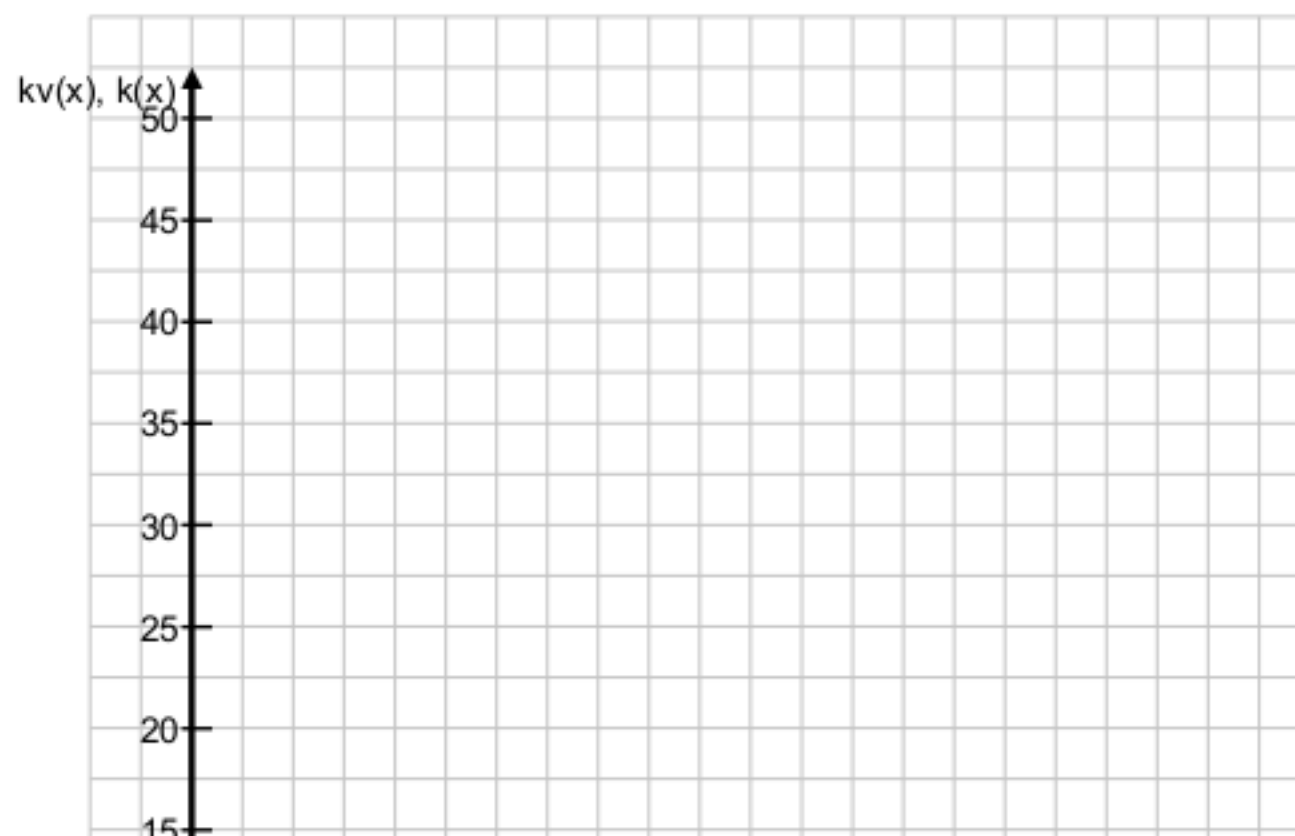
- Stückkostenfunktion $k(x) = K(x) / x$:

großes K immer
Gesamtkosten oder
gesamte variable Kosten K_v

Skizzieren Sie den Verlauf der variablen Stückkostenfunktion $k_v(x)$ und der Stückkostenfunktion $k(x)$ im Koordinatensystem. Bestimmen Sie graphisch das Betriebsminimum und die kurzfristige Preisuntergrenze sowie das Betriebsoptimum und die langfristige Preisuntergrenze.

kleines k
 k : Stückkosten
 k_v : var. Stückkosten

Produktionsmenge	x=1	x=2	x=3	x=4	x=5	x=6	x=7	x=8	x=9	x=10
Gesamtkosten										
Stückkosten										
fixe Kosten										
Variable Kosten (=Gesamtkosten - Fixkosten)										
Variable Stückkosten										



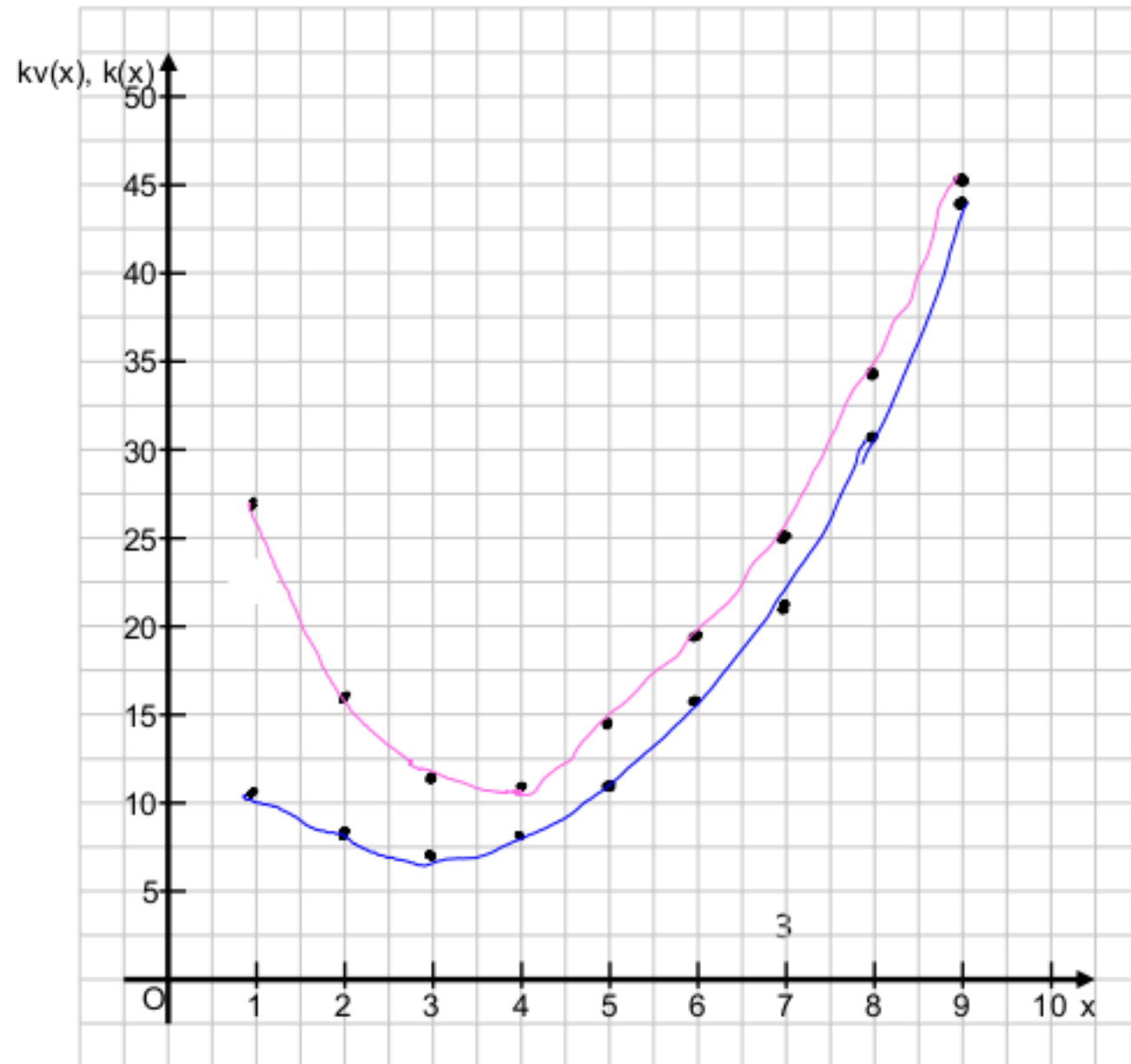
Betriebsminimum:

Kurzfristige
Preisuntergrenze:

Betriebsoptimum:

Langfristige
Preisuntergrenze:

Produktionsmenge	x=1	x=2	x=3	x=4	x=5	x=6	x=7	x=8	x=9	x=10
Gesamtkosten	27	32	37	48	71	112	177	272	403	576
Stückkosten	27	16	12,3	12	14,2	18,7	25,3	34	44,8	57,6
fixe Kosten	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
Variable Kosten (=Gesamtkosten - Fixkosten)	11	16	21	32	55	96	161	256	387	560
Variable Stückkosten	11	8	7	8	11	16	23	32	43	56



Betriebsminimum:

$$x = 3$$

Kurzfristige
Preisuntergrenze:

$$7 \text{ €/Stück}$$

Betriebsoptimum:

$$x = 4$$

Menge

Langfristige
Preisuntergrenze:

$$12 \text{ €/Stück}$$

T? von $k(x) = (4|12)$

in Tabelle oder
Graph ablesen

BO

x-Wert vom TP von $k(x)$
Stückkostenfunktion ↪

graphisch: TP von $k(x)$ ablesen

rechnerisch: **Nohr. Bed. für TP: $k'(x) = 0$
nicht relevant!**

ökon. Bedeutung: Produktionsmenge, bei der die Stückkosten minimal sind

zugehöriger y-Wert: entspricht der langfristigen Preisuntergrenze (LPU).
Preis, den man nehmen muss, um alle Kosten zu decken. Der Gewinn ist dann gleich 0.

BM

x-Wert vom TP von $k_v(x)$
variable Stückkostenfunktion ↪

graphisch: TP von $k_v(x)$ ablesen

rechnerisch: Nohr. Bed. für TP: $k'_v(x) = 0$

ökon. Bedeutung: Produktionsmenge, bei der die variablen Stückkosten minimal sind

zugehöriger y-Wert: entspricht der kurzfristigen Preisuntergrenze (KPU)
Preis, den man nehmen muss, um die variablen Stückkosten zu decken.
Man macht Verluste in Höhe der Fixkosten

Rechenbeispiel: $K(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 6x + 12,5$

Berechnung von Betriebsminimum und KPV (TP von $k_v(x)$)

var. Stückkostenfunktion: $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} = \frac{0,25x^3 - 2x^2 + 6x}{x} = 0,25x^2 - 2x + 6$

Ableitungen: $k_v'(x) = 0,5x - 2$ $k_v''(x) = 0,5 + 0 \cdot x$

Notw. Bed. für TP: $k_v'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,5x - 2 = 0 \quad | +2 \quad \Leftrightarrow 0,5x = 2 \quad | : 0,5$
 $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 4}}$

Hinr. Bed. für TP: $k_v'(x) = 0 \wedge k_v''(x) > 0$: $k_v''(4) = 0,5 > 0 \Rightarrow$ TP bei $x = 4$

y-Wert: $k_v(4) = 0,25 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + 6 = 2$ TP (4 | 2)
BN KPV

Wenn man $x=4$ Stück produziert und für $2\text{€}/\text{Stück}$ verkauft,
so macht man Verluste in Höhe der Fixkosten von $12,5\text{€}$.

Gesamtkosten der Produktion: $K(4) = 0,25 \cdot 4^3 - 2 \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 + 12,5 = \underline{\underline{20,5\text{€}}}$

Verkaufserlöse der Produktion: $4 \text{ Stück} \cdot 2\text{€}/\text{Stück} = \underline{\underline{8\text{€}}}$

Gewinn = Erlöse - Kosten = $8\text{€} - 20,5\text{€} = \underline{\underline{-12,5\text{€}}}$

Verlust in Höhe der
Fixkosten

HA für Do 22.03.18

$$K(x) = 0,125x^3 - 1,5x^2 + 6x + 12$$

- (Betriebsminimum | KPU) ausrechnen
- (Betriebsoptimum | LPU) graphisch