WHB12b, 12.04.18 Vorklausurübungen

1) Monopolist mit $G(x) = -1x^3 - 63x^2 + 705x - 1150$

Gewinnzone: $G(x) = 0$ (1P.) $\Leftrightarrow -1x^3 - 63x^2 + 705x - 1150 = 0$

hoch 3 → Horner

x	−1	−63	+705	−1150		
x=1	−1	−64	+641	−509 ≠ 0		nächster Versuch
x=2	−1	−65	+575	0	✓	x=2 ist Nullstelle ↳ Grenze der Gewinnzone

Zerlegung $(x-2)\cdot(-1x^2 - 65\cdot x + 575) = 0$

SvN

$\Leftrightarrow \quad x - 2 = 0 \quad |+2 \quad \vee \quad -1x^2 - 65x + 575 = 0 \quad |:(-1)$

$\underline{x = 2} \quad\quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 65x - 575 = 0 \quad\quad p = 65 \quad q = -575$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{65}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{65}{2}\right)^2 + 575}$$

$$x = -32{,}5 \pm \sqrt{1631{,}25}$$

$$\cancel{\sqrt{(40{,}39)}}$$

$$x_1 = -32{,}5 + 40{,}39 = 7{,}89$$

$$x_2 = -32{,}5 - 40{,}39 = -72{,}89$$ ökon. nicht relevant

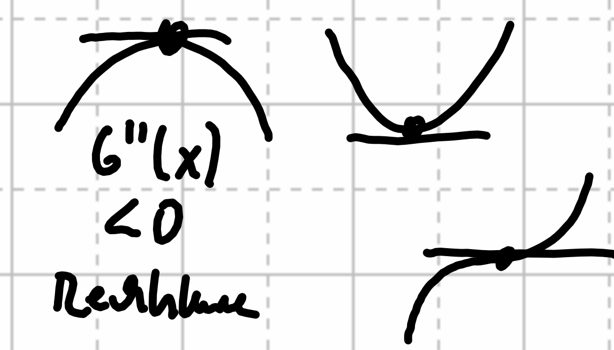
Gewinnschwelle: 2 ME

Gewinngrenze: 7,89 ME

Gewinnzone: [2 ; 7,89]

HP von $G(x)$ (gewinnmax. Menge / max. Gewinn)

x-Wert y-Wert



$G(x) = -1x^3 - 63x^2 + 705x - 1150$

Ableitung: $G'(x) = -3x^2 - 126x + 705$ $\quad G''(x) = -6x - 126$

Notw. Bed. für HP: $G'(x) = 0 \iff -3x^2 - 126x + 705 = 0 \mid :(-3)$

$\iff x^2 + 42x - 235 = 0$ $\quad p = 42 \quad q = -235$

$$x = -21 \pm \sqrt{21^2 + 235}$$
$$= -21 \pm \sqrt{676}$$
$$= -21 \pm 26$$

$x = -21 + 26 = 5$

$x = -21 - 26 = -47$ ↯ ökon. nicht relevant

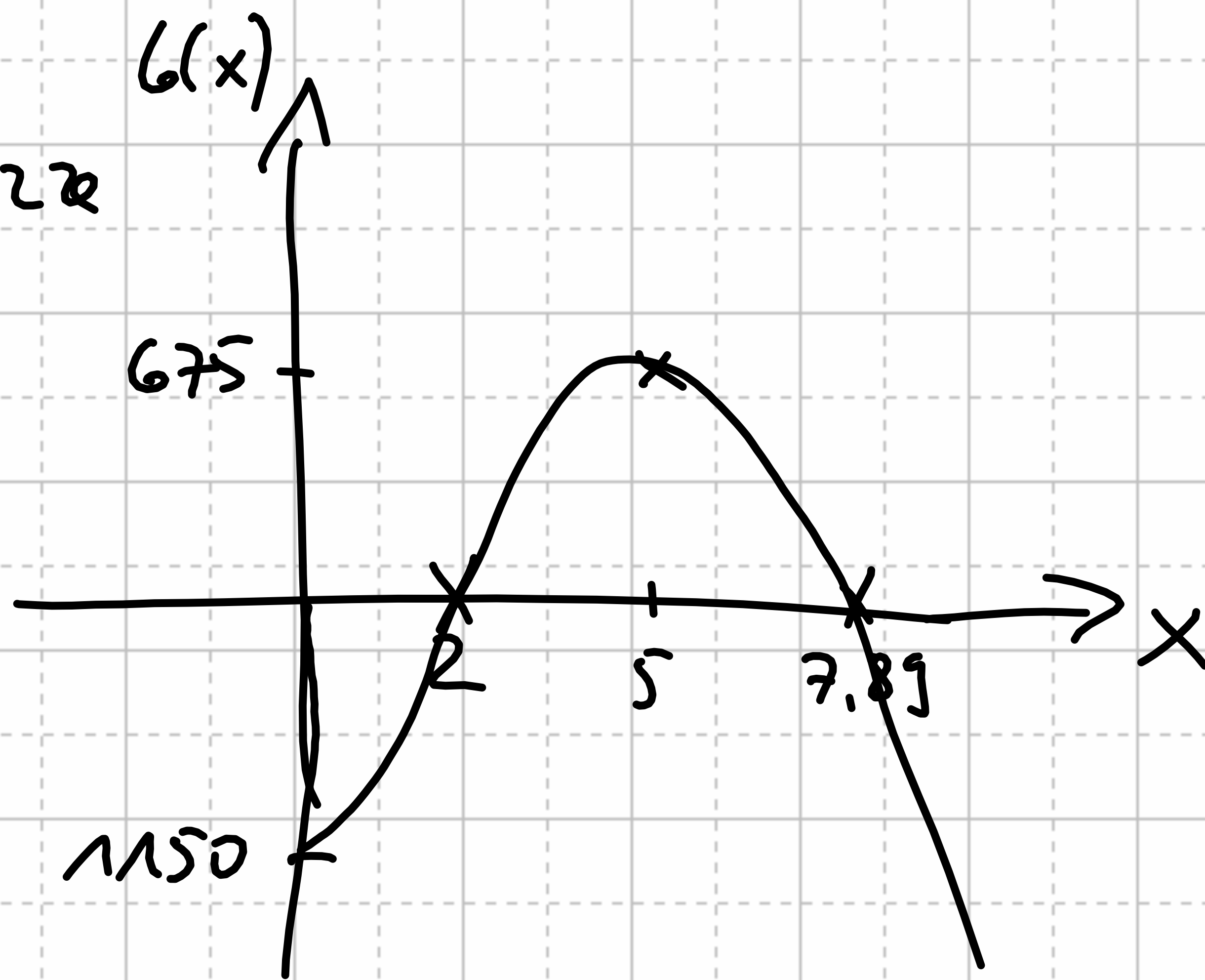
Hinr. Bed. für HP: $G'(x) = 0 \wedge G''(x) < 0$

$G''(5) = -6 \cdot 5 - 126 = -156 < 0 \Rightarrow$ HP bei $x = 5$

y-Wert: $G(5) = -1 \cdot 5^3 - 63 \cdot 5^2 + 705 \cdot 5 - 1150 = 675$ $\quad$ HP$(5/675)$

gewinnmaximale Menge: $x = 5$ ME und max. Gewinn: 675 GE

Skizze



2) Monopolist mit $p(x) = 18 - 2x$

Erlösfunktion $E(x) = \underbrace{p(x)}_{\text{Preis}} \cdot \underbrace{x}_{\text{Menge}} = (18-2x) \cdot x = 18x - 2x^2$

HP von $E(x)$ Ableitungen: $E'(x) = 18 - 4x$ $E''(x) = -4$

Notw.-Bed. für HP: $E'(x) = 0 \Leftrightarrow 18 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 4{,}5$

$\Leftrightarrow 18 = 4x \quad | :4$

Hinr. Bed. für HP: $E'(x) = 0 \wedge E''(x) < 0$

$E''(4{,}5) = -4 < 0 \Rightarrow$ HP bei $x = 4{,}5$

y-Wert: $E(4{,}5) = 18 \cdot 4{,}5 - 2 \cdot 4{,}5^2 = 40.5$ HP $(4{,}5 \mid 40{,}5)$

$4{,}5 \downarrow$ erlösmax. Menge, $40{,}5 \downarrow$ max. Erlös

Preis festlegen: Einsetzen der gewinnmax. Menge in $p(x)$

hier: gewinnmax. Menge $x = 4$ (ohne Rechnung) $\rightarrow p(4) = 18 - 2 \cdot 4 = \underline{\underline{10}}$

$\hookrightarrow G'(x) = 0$

Man muss einen Preis von 10 GE/ME festlegen.

Kostenfunktion: $K(x) = 0{,}014x^3 - 1.15x^2 + 55x + 500$

WP $\quad K'(x) = 0{,}042x^2 - 2{,}30x + 55 \qquad K''(x) = 0.084x - 2{,}3 \qquad \cancel{K'''}(x) =$

Notw. Bed. für WP $\quad K''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}084x - 2{,}3 = 0 \quad | +2{,}3$

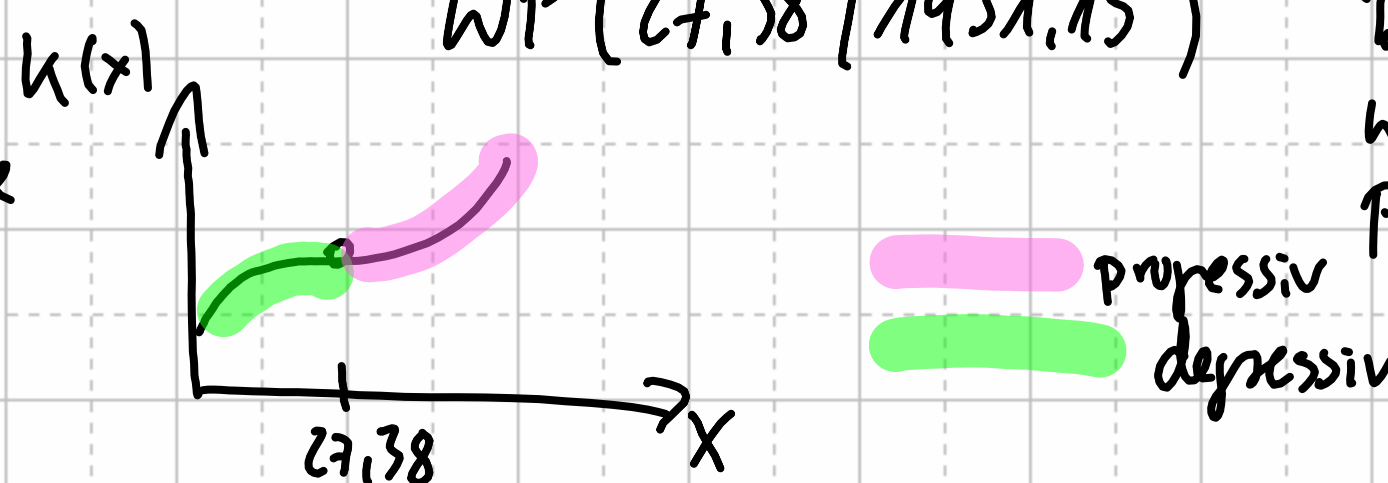
$\Leftrightarrow \quad 0{,}084x = 2{,}3 \quad | : 0{,}084$

$\Leftrightarrow \quad x = 27{,}38$

y-Wert $\quad K(27{,}38) = 0{,}014 \cdot 27{,}38^3 - 1{,}15 \cdot 27{,}38^2 + 55 \cdot 27{,}38 + 500 = 1431{,}15$

WP $(27{,}38 \,|\, 1431{,}15)$

Skizze



Bis zu einer Produktionsmenge von 27,38 ME wachsen die Kosten degressiv, danach wachsen sie progressiv.

TP $(41{,}07 \,|\, 31{,}38)$

Betriebsminimum $\quad$ KPU

TP von $k_v(x)$ $\quad k_v(x) = \dfrac{K_v(x)}{x} = \dfrac{0{,}014x^3 - 1{,}15x^2 + 55x}{x} = 0.014x^2 - 1.15x + 55$

Abl. $k_v'(x) = 0{,}028x - 1{,}15 \quad k_v''(x) = 0{,}028 \quad$ N.B. $k_v'(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}028x - 1{,}15 = 0 \Leftrightarrow x = 41{,}07$ ... y-Wert: $k_v(41{,}07) = 31{,}38$