	W-HB12 – Mathematik (Vooren) **Klausurübungen für die Klausur am 11.01.2018**	Datum: 22.12.2017

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die von folgenden Funktionen die 1. und 2. Ableitung.

a) $f(x) = -4x^5 + \frac{20}{3}x^3 + 20x - 20$ b) $f(x) = \frac{-4}{7}x^{21} + 5{,}2x^5$

b) $g(x) = 0{,}1x^{10} - 0{,}125x^8 + 0{,}25x^4 + 0{,}5x^2$ c) $h(x) = 3x^6 - 4x + 3$

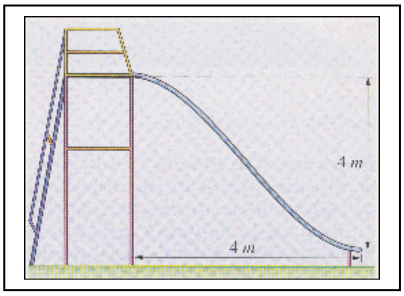
Aufgabe 2:
Bestimmen Sie von f(x) die Extrem- und Wendepunkte.

a) $f(x) = 1x^3 + 6x^2 - 36x + 5$ HP(-6/221), TP (2/35) und WP (-2/93)
b) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 48x + 1$ HP(-2/57), TP (4/-159) und WP (1/-51)
c) $f(x) = -4x^3 + 12x - 6$ HP (1/2), TP (-1/-14) und WP (0/-6)

Aufgabe 3:

a) Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Punkte P(1/1) und Q(1,1/1,21) von der Parabel $f(x) = x^2$. Kontrolllösung: 2,1
b) Berechnen Sie die Steigungen der Tangenten an den Punkt P(1/1) und an den Punkt Q(1,1/1,21). Kontrolllösungen P: 2 und Q: 2,2

Aufgabe 4:
Das Bild zeigt die vorgesehenen Maße einer Metallrutsche (Höhe: 4m, Breite: 4m), die ein Spielgerätefabrikant für Spielplätze konstruieren will.
Das seitliche Profil der Rutsche kann durch $f(x)=0{,}125x^3-0{,}75x^2+4$ modelliert werden.



a) Überprüfen Sie <u>rechnerisch</u>, ob die Rutsche tatsächlich einen Höhenunterschied von 4 Metern zwischen dem höchsten und tiefsten Punkt der Rutsche hat.
b) Der TÜV fordert von den Herstellern, dass Spielplatzrutschen an keiner Stelle steiler sein dürfen als 50° gegen die Horizontale, das entspricht einer maximalen Steigung der Funktion von -1,55. Prüfen Sie, ob diese Rutsche der TÜV-Anforderung entspricht.

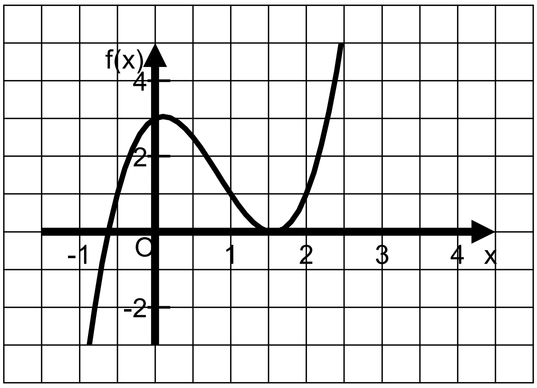
Aufgabe 6

a) Begründen Sie, warum die Funktion $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ keinen Hoch- oder Tiefpunkt besitzt.

b) Begründen Sie, warum die Funktion $f(x) = -12x^3 - 18x^2 - 36x$ keinen Hoch- oder Tiefpunkt besitzt.

Aufgabe 7:
Berechnen Sie den Sattelpunkt von $f(x) = 2x^3 - 30x^2 + 150x - 250$. Lösung: SP (5|0)

Aufgabe 5:
Erläutern Sie den Unterschied zwischen mittlerer und lokaler Änderungsrate am Beispiel der Funktion $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 3$ und den Punkten A (0/3) und B (2/1). Bestimmen Sie die mittlere Änderungsrate zwischen diesen Punkten und die lokalen Änderungsraten in den Punkten A und B.



Aufgabe 8
Bestimmen Sie die Wendepunkte von $f(x) = 3x^5 – 1440x^3 + 2000$.

Lösungen: WP_1 (0/2000), WP_2(12/1 743 824) und WP_3 (-12/-1 743 824)

Aufgabe 9
Ein Monopolist verwendet für seine Planung die Gewinnfunktion $G(x) = -x^3 – 63x^2 + 705x – 1150$. Bestimmen Sie die Menge, bei der der Gewinn maximal wird und geben Sie diesen maximalen Gewinn an. Lösung: Menge: 5 ME und max. Gewinn: 675 GE.

Lösungen:
Aufgabe 4
a) Aufgabe 4: HP (0/4) und TP (4/0)
Höhenunterschied entspricht Differenz der y-Werte: 4m – 0m = 4 m
b) Steilste Stelle ist im Wendepunkt WP (2/2) und die Steigung ist f'(2) = - 1,5 < - 1,55 => Die TÜV-Anforderung ist erfüllt.

Aufgabe 5
Mittlere Änderungsrate: -1 (entspricht Steigung der Sekante durch die Punkte (0/3) und (2/1)

Lokale Änderungsrate im Punkt A: 1
Lokale Änderungsrate im Punkt B: 5

Diese Werte entsprechen den Steigungen der Tangenten des Graphen von f(x) an die Punkte A und B. Man kann sie berechnen, indem man die x-Werte der Punkte in die 1. Ableitung f'(x) einsetzt.

Aufgabe 6
a) Lösung von f'(x) = 0 ist x = -2, aber f''(-2) = 0, das heißt, die hinreichende Bedingung für einen Extrempunkt ist nicht erfüllt. Bei x = -2 liegt ein sogenannter Sattelpunkt (Wendepunkt mit waagerechter Tangente)
b) Die notw. Bedingung für einen Extrempunkt f'(x) = 0 ist nicht erfüllt, da man diese Gleichung nicht lösen kann. Unter der Wurzel steht eine negative Zahl. Der Graph von f(x) hat keine Stelle mit waagerechter Tangente.