



Stundenthema:

Sekantensteigungen und Tangentensteigungen

Erinnerung:

Wir haben an der Normalparabel $f(x) = x^2$ Steigungen berechnet von Sekanten die durch die beiden Punkte $(2/f(2))$ und $(2+h/f(2+h))$ gingen. Der Wert für h wurde dabei immer kleiner und wir haben gesehen, dass die Steigung der Sekante durch die beiden Punkte sich immer mehr der Zahl 4 annähert, je kleiner das h wird.

Sekantensteigungen am Beispiel $f(x)=x^2$

Wählen Sie ein x aus (gelbes Feld):

$x=$

2

x	f(x)	h	x+h	f(x+h)	f(x+h)-f(x)	h	$(f(x+h)-f(x))/h = m_s$
2	4	1	3	9	5	1	5
2	4	0,5	2,5	6,25	2,25	0,5	4,5
2	4	0,1	2,1	4,41	0,41	0,1	4,1
2	4	0,01	2,01	4,0401	0,0401	0,01	4,01
2	4	0,001	2,001	4,004001	0,004001	0,001	4,001
2	4	0,0001	2,0001	4,00040001	0,00040001	0,0001	4,0001
2	4	0,00001	2,00001	4,00004	0,0000400	0,00001	4,00001
2	4	-0,00001	1,99999	3,99996	-0,0000400	-0,00001	3,99999
2	4	-0,0001	1,9999	3,99960001	-0,00039999	-0,0001	3,9999
2	4	-0,001	1,999	3,996001	-0,003999	-0,001	3,999
2	4	-0,01	1,99	3,9601	-0,0399	-0,01	3,99
2	4	-0,1	1,9	3,61	-0,39	-0,1	3,9
2	4	-0,5	1,5	2,25	-1,75	-0,5	3,5
2	4	-1	1	1	-3	-1	3

Das h darf nicht 0 werden, da aus den zwei Punkten dann einer wird, was aber gewollt ist, weil man dann eine Tangente hätte, mathematisch aber problematisch ist, da man die Steigung dieser Tangente nicht berechnen kann (Division durch 0).

Idee:

Das h wird **unendlich klein** und man kann mit den beiden unendlich kleinen Werten rechnen und das Ergebnis als **Grenzwert der Sekantensteigung** als Tangentensteigung interpretieren.

Aufgabe: Füllen Sie die Tabelle aus für $f(x) = x^2$!

x	f(x)	h	x+h	f(x+h)	f(x+h)-f(x)	h	$(f(x+h)-f(x))/h = m_s$
3	9	0,001				0,001	
3	9	0,0001				0,0001	
3	9	-0,0001				-0,0001	
3	9	-0,0001				-0,0001	



Stundenthema:

Sekantensteigungen und Tangentensteigungen

Zusammenfassung:

x	h	Wert der Sekantensteigung	Vermuteter Grenzwert der Sekantensteigungen
1	0,001		
1	-0,001		
3	0,001		
3	-0,001		
4	0,001		
4	-0,001		
5	0,001		
5	-0,001		
6	0,001		
6	-0,001		
7	0,001		
7	-0,001		
8	0,001		
8	-0,001		

Vermutung:

Bei der Normalparabel $f(x) = x^2$ hat die Steigung der Tangente an der Stelle x_0 den Wert _____.

Beweis:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0 + h)^2 - x_0^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_0^2 + 2 \cdot x_0 \cdot h - x_0^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cdot x_0 \cdot h}{h} = 2 \cdot x_0$$