W6Y12, MLk, 4.11.19

# Eulersche Zahl und Exponentialfunktion $f(x)=e^x$

Erinnerung: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} = e \approx 2{,}71828 = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \ldots$

Definition der Funktion: $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$

CAS: $f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ Fertig

$f(x)$ $e^x$

Definiere 1. Ableitung: $f1(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$ Fertig

$f1(x)$ $e^x$

Die Ableitung von $e^x$ ist $e^x$ ????

Die Ableitung von $f(x) = e^x$

$$f(x) = e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \underbrace{\frac{x^0}{0!}}_{=1} + \underbrace{\frac{x^1}{1!}}_{=x} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$f'(x) = (e^x)' = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\right)' = 0 + 1 + \frac{2x}{2!} + \frac{3x^2}{3!} + \frac{4x^3}{4!} + \frac{5x^4}{5!} + \frac{6x^5}{6!}$$

$$= 0 + 1 + \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\cdot 1} + \frac{\cancel{3}x^2}{\cancel{3}\cdot 2\cdot 1} + \frac{\cancel{4}x^3}{\cancel{4}\cdot 3\cdot 2\cdot 1} + \frac{\cancel{5}x^4}{\cancel{5}\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} + \frac{\cancel{6}x^5}{\cancel{6}\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$= \cancel{0} + \underbrace{1}_{=\frac{x^0}{0!}} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

$$\frac{x^0}{0!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots = e^x$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$