WGY12, MLK, 11.11.19

Die Produktregel

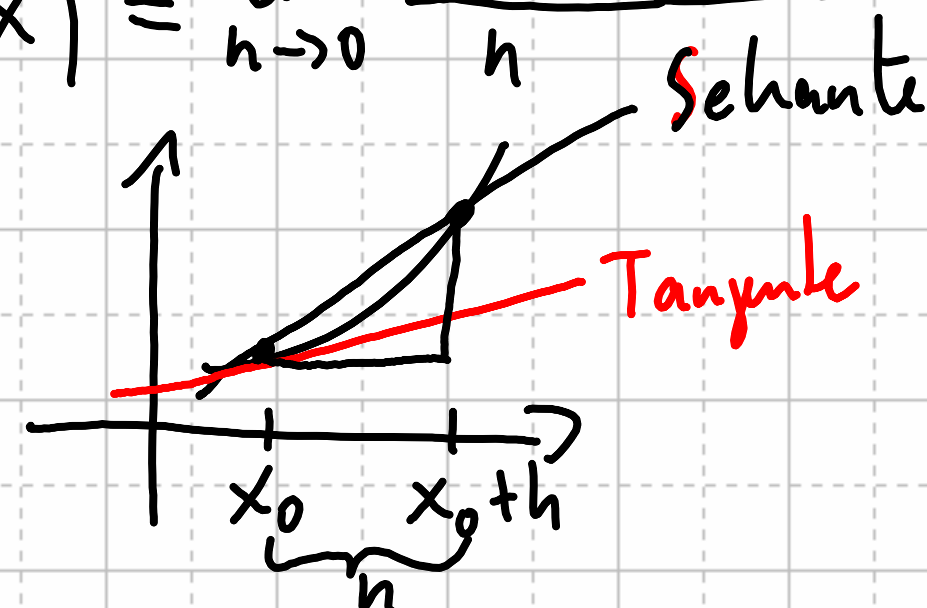
Wie leitet man Produkte von Funktionen ab, z. B. $f(x) = x^3 \cdot x^5$ oder $f(x) = x \cdot e^x$?

„Ähnlich wie bei Summen"? Bsp: $f(x) = x^5 + x^3 \Rightarrow f'(x) = 5x^4 + 3x^2$

Test: $f(x) = x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8 \Rightarrow f'(x) = 8x^7$

$f(x) = x^3 \cdot x^5 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \cdot 5x^4 = 15x^6 \neq 8x^7$ so geht es nicht!

Erinnerung: $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$



Beweis der Produktregel für Funktionen der Form $f(x) = u(x) \cdot v(x)$

Differenzenquotient an der Stelle x_0 (Sekantensteigung)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h}$$

$$= \frac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h} + \underbrace{\frac{u(x_0) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0+h)}{h}}_{=0}$$

anders sortieren $= \dfrac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h}$

ausklammern $= \dfrac{[u(x_0+h) - u(x_0)] \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot [v(x_0+h) - v(x_0)]}{h}$

$=$