- es muss gelten: $b < 0$

↳ $K(x)$ hat einen WP mit positivem x-Wert

Notw. Bed. für WP: $K''(x) = 0 \iff 6ax + 2 \cdot b = 0 \quad | -2 \cdot b$

$$\iff 6ax = -2b \quad | :6a$$

$$\iff x = \frac{-2 \cdot b}{6a} > 0$$

$$\frac{-2b}{6a} > 0 \Rightarrow b < 0$$

dann gilt $-2 \cdot b > 0$ und $6 \cdot a > 0$, wegen $a > 0$
und „$\frac{+}{+} > 0$"

Zusammenfassung:
- $K(x)$ steigt monoton, d.h. $K(x)$ keinen HP oder TP
- $K(x)$ hat WP (von degressiv zu progressiv) in Dök
- $a > 0$ (Steigung)
- $b < 0$ (wegen WP)
- $c > 0$ („Steigung")
- $d > 0$ (Fixkosten)
- $b^2 \leq 3ac$ („kein HP oder TP") Beweis als Übung

Aufgabe 1 Edelstahlgefäße (aus STARK Berufliches Gymnasium Mathematik Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung 2018 – Übungsaufgaben)

Die Sielhorst GmbH ist ein mittelständisches Unternehmen, das hochwertige Edelstahlgefäße anfertigt. Der ertragsgesetzliche Kostenverlauf wird durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$, wobei $a,b,c,d \in \mathbb{R}$. beschrieben.

a) Aufgrund ökonomischer Gesichtspunkte gilt für die Kostenfunktion das Ertragsgesetz. Welche Eigenschaften hat eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion und was bedeutet das für die Koeffizienten a, b, c und d? (Keine Beweise!)

b) Bestimmen Sie aus den folgenden Angaben die Funktionsgleichung und zeichnen Sie die Funktion in das Koordinatensystem:

- Bei 20 produzierten Mengeneinheiten (ME) fallen mit 700 Geldeinheiten (GE) genau halb so viele Gesamtkosten wie bei 30 ME an.
- Die anfänglichen Grenzkosten (Grenzkosten bei x = 0 ME) betragen 30 GE.
- Die Fixkosten betragen 500 GE.
- Als Kapazitätsgrenze werden 34 ME angesehen. (Für die Bestimmung der Funktion nicht notwendig!)

Kontrollergebnis: $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$

Tipps zum Vorgehen:

- Definieren Sie $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ im CAS und $K'(x)$ ebenfalls, aber erst nachdem Sie K(x) definiert haben.
- Übersetzen Sie dann die Informationen aus der Aufgabe in mathematische Gleichungen. Beispiel: Aus „ **Bei einer Produktion von 50 ME betragen die Gesamtkosten 120 GE.**“ erhält man **K(50) = 120**.
- Lösen Sie mit dem Befehl „linsolve“ das entstehende lineare Gleichungssystem, um a, b, c und d zu erhalten.
- Definieren Sie dann K(x) und die notwendigen weiteren Funktionen nochmal neu, damit Sie mit den konkreten Zahlen statt mit Parametern rechnen.

Gleichungssystem lösen:

menu → 3 Algebra → 7 Gl.. lösen

→ 2 System linearer Gleichungen lösen

in der Regel für K(x):

Anzahl Gleichungen: 4

Variablen: a, b, c, d

Bsp:

x	K(x)
0	350
10	1550
30	9950
50	66350

→ $K(0) = 350$

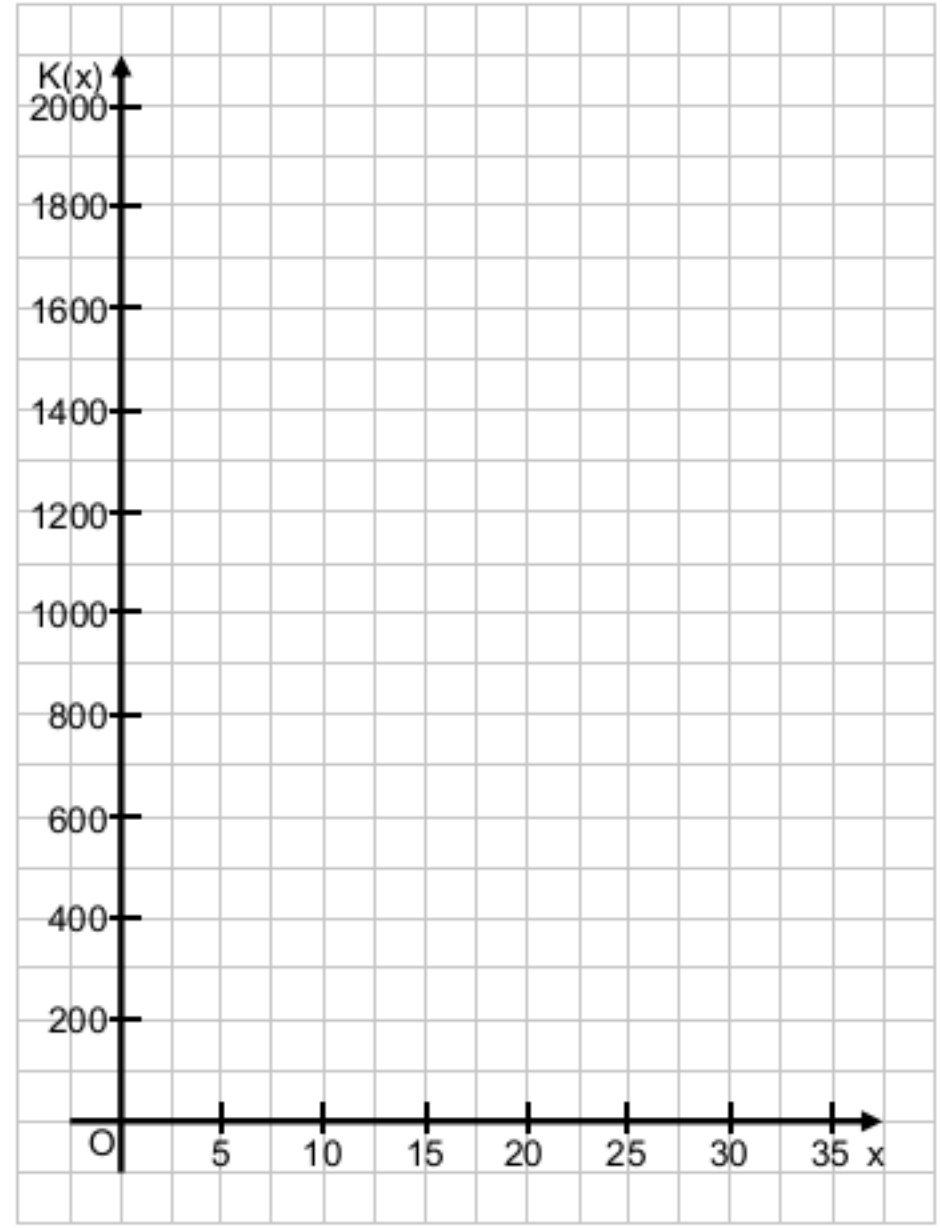
→ $K(10) = 1550$

→ $K(30) = 9950$

→ $K(50) = 66350$

zuerst $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ definieren

E-Mail: Carsten.Vooren@bkcr.info



c) Bestimmen Sie rechnerisch die Bereiche degressiver und progressiver Kostenzunahme und markieren Sie die Bereiche im Graphen.

d) Berechnen Sie die langfristige und kurzfristige Preisuntergrenze für 1 ME der Edelstahlgefäße und erläutern Sie Ihre Ergebnisse in Bezug auf die Preisgestaltung der Sielhorst GmbH.

Informationen dazu finden Sie auf dem Informationsblatt „Betriebsoptimum – Betriebsminimum“.

WGY12a, MLK, 16.9.19

Aufgabe Edelstahlgefäße

a) Siehe Stunde vom 13.9.19 Zusammenfassung (hier auf Tafel 1 (Seite 1))

b) Aufstellen der Kostenfunktion (mit LGS)

Definiere $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ im CAS

$K'(x) := \frac{d}{dx}(K(x))$ CAS: $k1(x) := \ldots$

↳ notwendig, da Informationen über Grenzkosten vorliegen

CAS: menu → Algebra 3 → Lineares Gleichungssystem 7 → System linearer Gleichungen 2

Anzahl Gleichungen: 4 (pro „Buchstabe" eine Gleichung)

Variablen: a, b, c, d

- 700 GE bei 20 ME → $K(20) = 700$
- doppelt so viel bei 30 ME → $K(30) = 1400$
- Fixkosten 500 GE → $K(0) = 500$
- anfängliche Grenzkosten 30 GE → $K'(0) = 30$

CAS $\begin{cases} k(20) = 700 \\ k(30) = 1400 \\ k(0) = 500 \\ k1(0) = 30 \end{cases}, \{a, b, c, d\}$

↳ $a = 0{,}1$, $b = -3$, $c = 30$, $d = 500$ → $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$

Wichtig: K(x) neu definieren für weitere Aufgaben

CAS: $K(x) := 0{,}1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$

c) Wendepunkt von K(x) gesucht

$K'(x) = 0{,}3x^2 - 6x + 30$

$K''(x) = 0{,}6x - 6$

$k1(x) := \frac{d}{dx}(K(x))$

$k2(x) := \frac{d}{dx}(k1(x))$