



- c) Bestimmen Sie rechnerisch die Bereiche degressiver und progressiver Kostenzunahme und markieren Sie die Bereiche im Graphen.
- d) Berechnen Sie die langfristige und kurzfristige Preisuntergrenze für 1 ME der Edelstahlgefäße und erläutern Sie Ihre Ergebnisse in Bezug auf die Preisgestaltung der Sielhorst GmbH.

Informationen dazu finden Sie auf dem Informationsblatt „Betriebsoptimum – Betriebsminimum“.

W6Y12a, MLK, 16.9.19

Aufgabe Edelstahlgefäße

- a) Siehe Stunde vom 13.9.19 Zusammenfassung (hier auf Tafel 1 (Seite 1))
- b) Aufstellen der Kostenfunktion (mit LGS)

Definiere $K(x) := a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ im CAS

$$K'(x) := \frac{d}{dx}(K(x))$$

CAS: $K1(x) := \dots$

↳ notwendig, da Informationen über Grenzkosten vorliegen

CAS: menu → Algebra 3 → Lineares Gleichungssystem 7 → System linearer Gleichungen 2
Anzahl Gleichungen: 4 (pro „Buchstabe“ eine Gleichung)
Variablen: a, b, c, d

- 700 GE bei 20 ME $\rightarrow K(20) = 700$
- doppelt so viel bei 30 ME $\rightarrow K(30) = 1400$
- Fixkosten 500 GE $\rightarrow K(0) = 500$
- anfängliche Grenzkosten 30 GE $\rightarrow K'(0) = 30$

$$\text{CAS} \begin{cases} K(20) = 700 \\ K(30) = 1400 \\ K(0) = 500 \\ K'(0) = 30 \end{cases}, \{a, b, c, d\}$$

$$\rightarrow a = 0,1, b = -3, c = 30, d = 500 \rightarrow K(x) = 0,1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$$

Wichtig: $K(x)$ neu definieren für weitere Aufgaben

$$\text{CAS: } K(x) := 0,1x^3 - 3x^2 + 30x + 500$$

$$\begin{aligned} 0,6x - 6 &= 0 \quad | +6 \\ \Leftrightarrow 0,6x &= 6 \quad | :0,6 \\ \Leftrightarrow x &= 10 \end{aligned}$$

c) Wendepunkt von $K(x)$ gesucht

$$\begin{aligned} K'(x) &= 0,3x^2 - 6x + 30 \\ K''(x) &= 0,6x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K^1(x) &:= \frac{d}{dx}(K(x)) \\ K^2(x) &:= \frac{d}{dx}(K^1(x)) \end{aligned}$$

Notw. Bed. für WP: $K''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$

(ohne CAS machbar
sonst solve oder zero)

Hinr. Bed. für WP: $K''(x) = 0 \wedge K'''(x) \neq 0$

$$K'''(10) = 0,6 \neq 0 \Rightarrow \text{WP bei } x = 10$$

Für Funktionen dritten Grades ist die hinr. Bed. für einen WP immer erfüllt und kann formal übersprungen werden. Hinweis dazu aufschreiben.

y-Wert: $K(10) = 600 \rightarrow \text{WP}(10 | 600)$ / Für Beantwortung der Frage nicht relevant.

Bei Produktionsmengen unter 10 ME wachsen die Kosten depressiv, bei Produktionsmengen über 10 ME wachsen sie progressiv.

Betriebsoptimum x_{BO}	Betriebsminimum x_{BM}
Produktionsmenge, bei der die Stückkosten minimal sind	Produktionsmenge, bei der die variablen Stückkosten minimal sind
x-Wert des Minimums von $k(x) = \frac{K(x)}{x}$	x-Wert des Minimums von $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x}$
Notw. Bedingung: $k'(x) = 0$	Notw. Bedingung: $k_v'(x) = 0$
Hinr. Bedingung: $k'(x) = 0$ und $k''(x) > 0$	Hinr. Bedingung: $k_v'(x) = 0$ und $k_v''(x) > 0$
y-Wert $k(x_{BO})$ ist langfristige Preisuntergrenze (LPU)	y-Wert $k_v(x_{BM})$ ist kurzfristige Preisuntergrenze (KPU)
Folgerung: Produziert man genau die Menge im Betriebsoptimum so arbeitet ein Unternehmen am wirtschaftlichsten bei minimalen Stückkosten. Wählt man den zugehörigen y-Wert als Verkaufspreis (bei genau dieser Produktionsmenge), so werden alle Kosten durch die Verkaufserlöse gedeckt und Verluste werden vermieden. Deswegen sollte dieser Preis langfristig nicht unterschritten werden.	Folgerung: Produziert man genau die Menge im Betriebsminimum, so arbeitet ein Unternehmen mit minimalen variablen Stückkosten. Wählt man den zugehörigen y-Wert als Verkaufspreis (bei genau dieser Produktionsmenge), so werden alle variablen Kosten durch die Verkaufserlöse gedeckt und Verluste in Höhe der Fixkosten erzielt. Kurzfristig kann das ökonomisch durchaus sinnvoll sein, da die Verluste kalkulierbar sind und in späteren besseren Zeiten wieder ausgeglichen werden können.

Tipps zur Berechnung:

1. Definieren Sie die Kostenfunktion $K(x)$.

2. Definieren Sie die Stückkostenfunktion $sk(x) := \frac{K(x)}{x}$ und die variable Stückkostenfunktion

$vsk(x) := \frac{K(x) - K_{fx}}{x}$ und berechnen Sie dann die Tiefpunkte der Funktionen.

Zur Kontrolle: Die Graphen der Stückkostenfunktion und der variablen Stückkostenfunktion sind für die Aufgabe „Edelstahlgefäße“ abgebildet. Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse damit auf Plausibilität.

