

Integrationsregeln

Faktorregel:

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx, c \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} x^2 &\rightarrow \frac{x^3}{3} \\ 4x^2 &\rightarrow 4 \cdot \frac{x^3}{3} \end{aligned}$$

Beweis

$$\begin{aligned} \int_a^b c \cdot f(x) dx &= [c \cdot F(x)]_a^b = c \cdot F(b) - c \cdot F(a) = c \cdot (F(b) - F(a)) \\ &= c \cdot \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

Summenregel: $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b f(x) + g(x) dx$

auch mit - statt +

Beweis: $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = [F(x)]_a^b + [G(x)]_a^b = F(b) - F(a) + G(b) - G(a)$

$$= F(b) + G(b) - F(a) - G(a) = (F(b) + G(b)) - (F(a) + G(a))$$

$$= [F(x) + G(x)]_a^b = \int_a^b f(x) + g(x) dx$$

Berechne die Fläche, die die Graphen der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ miteinander einschließen.

a.) $f(x) = \frac{1}{8}x^3$; $g(x) = \frac{1}{2}x$

b.) $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ $g(x) = -(x-1)^2 + 4$

Aufgabe 8:

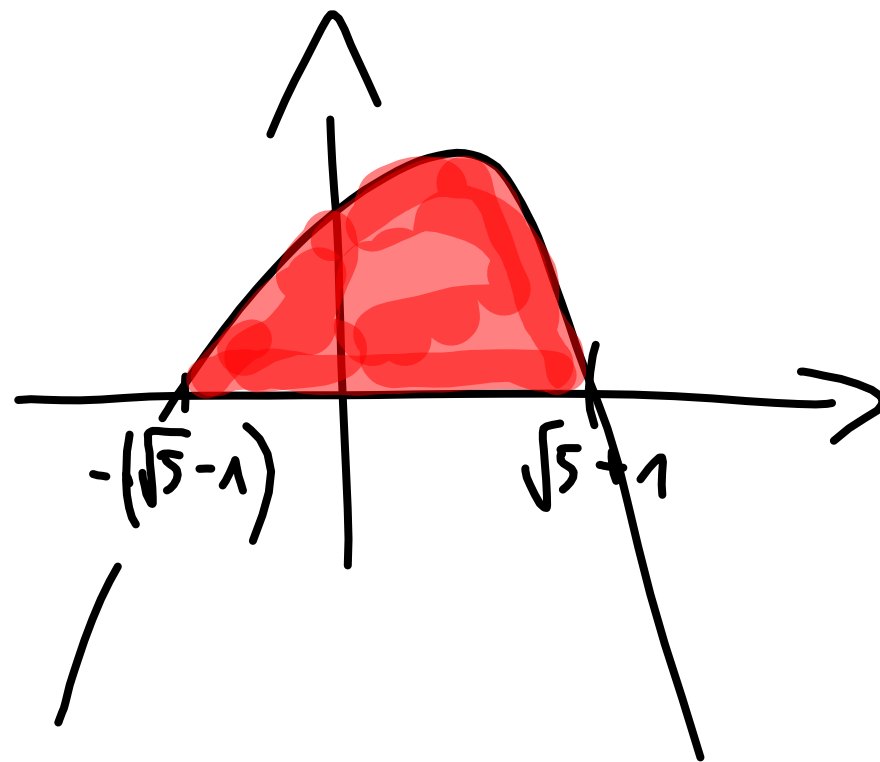
a.) Bestimme den Parameter a so, dass die vom Graphen der Funktion $f(x) = a \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ mit der x -Achse eingeschlossene Fläche 24,7 Flächeneinheiten beträgt!

1. Schritt: Nullstellen

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -(\sqrt{5}-1) \vee x = \sqrt{5}+1$$

~~$\vee a = 0$~~

Skizze



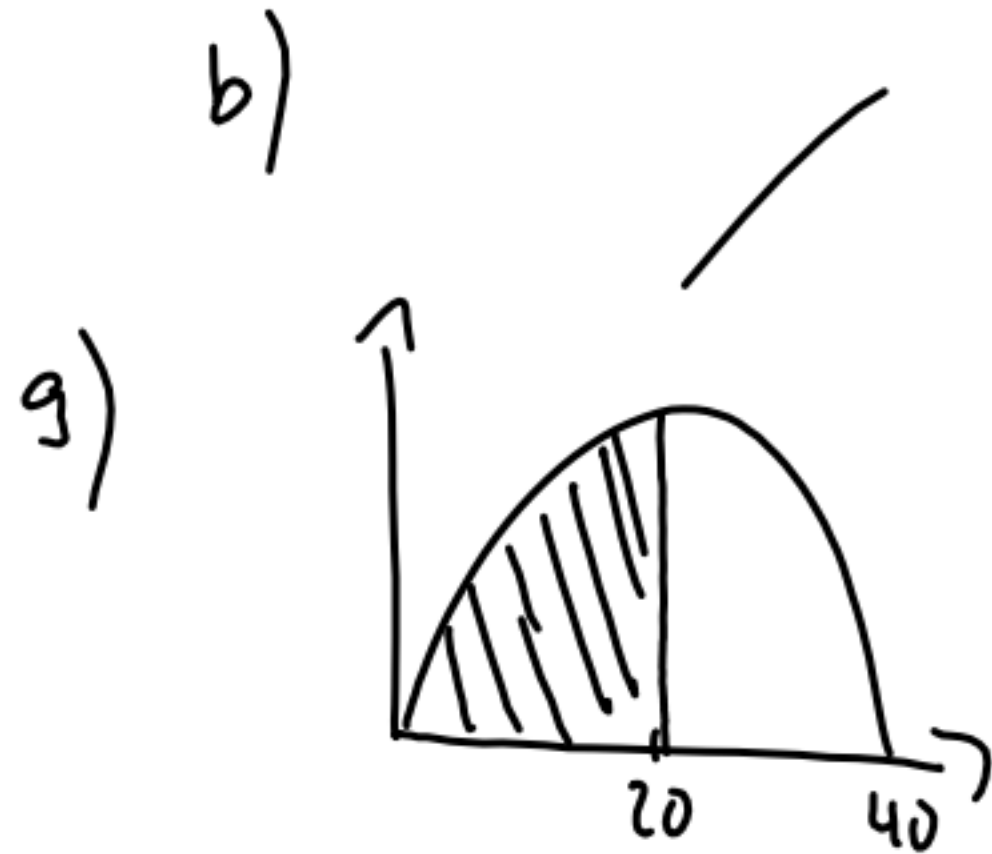
$$A = \int_{-(\sqrt{5}-1)}^{\sqrt{5}+1} f(x) dx = 24,7$$

$$\Leftrightarrow \int_{-(\sqrt{5}-1)}^{\sqrt{5}+1} a \cdot (-x^2 + 2x + 4) dx = 24,7 \Leftrightarrow$$

$$a = 1,66$$

Solve $\left(\int_{-(\sqrt{5}-1)}^{\sqrt{5}+1} f(x) dx = 24,7, a \right)$

8) a) Nullstellen: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -(\sqrt{5}-1) \vee x = \sqrt{5} + 1$
 $\int_{-(\sqrt{5}-1)}^{\sqrt{5}+1} f(x) dx = 24,7 \Leftrightarrow a = 1,65693$
 mit solve (... , a)

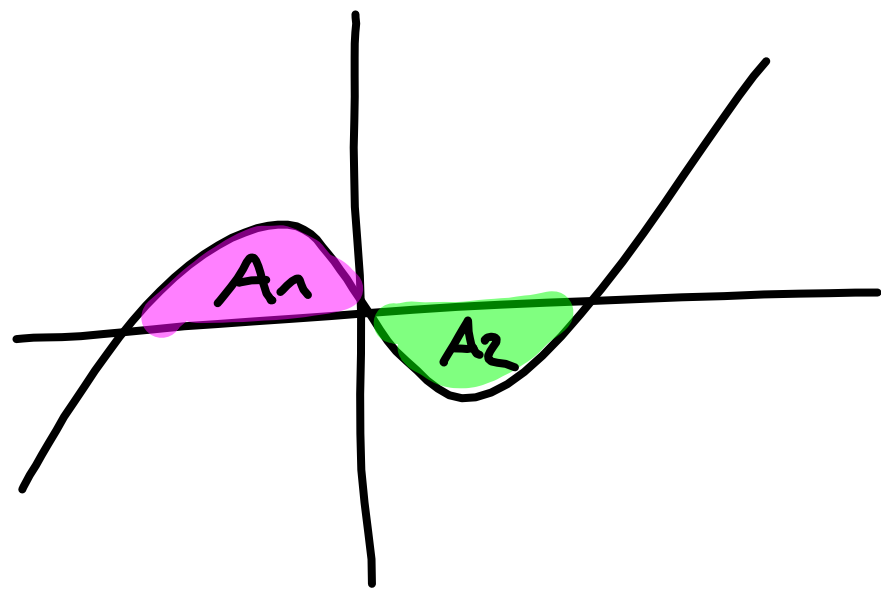


g)

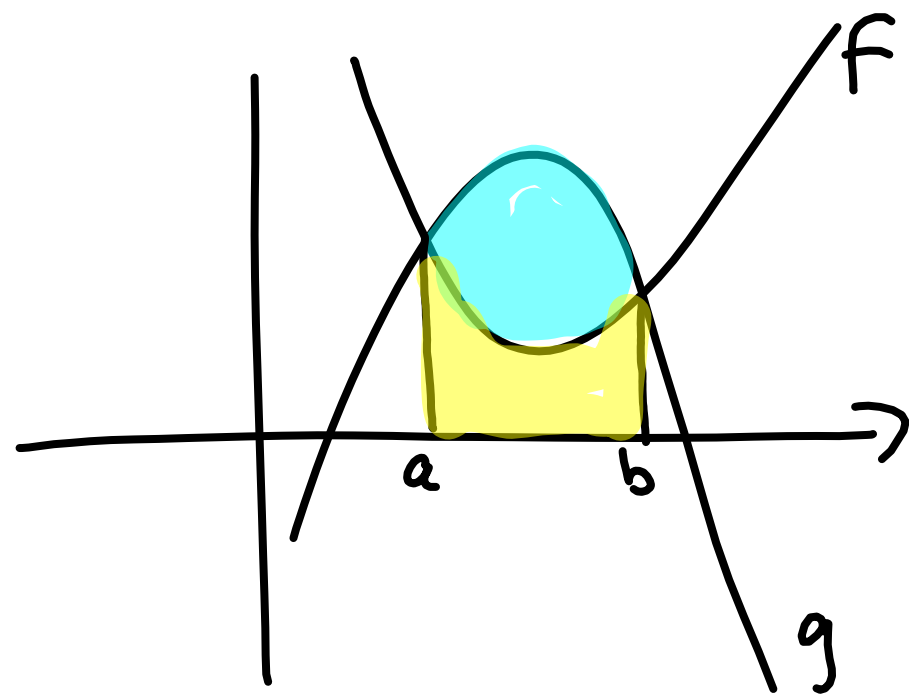
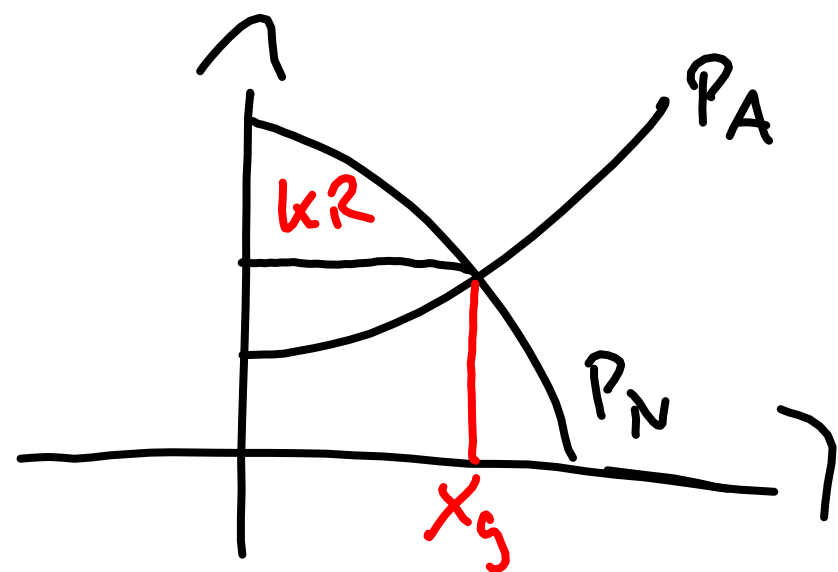
Die Fläche unterhalb einer Absatzfunktion, die von der Zeit abhängt ($x \hat{=} \text{Wochen}$) kann als Gesamtabsatz während des Zeitraums interpretiert werden

$$\int_0^{20} a(x) dx = 1333,33$$

↳ Gesamtabsatz der 20 Wochen



$$A = A_1 + |A_2|$$



$$\int_a^b g(x) dx - \int_a^b f(x) dx$$

$$= \int_a^b g(x) - f(x) dx$$

$$KR = \int_0^{x_g} P_N(x) - P_g dx = \int_0^{x_g} P_N(x) dx - \int_0^{x_g} P_g dx$$

PR = Die Summe aller Geldeinheiten der Anbieter, die einen geringeren Preis als den Gleichgewichtspreis akzeptiert hätten und nun die Differenz zusätzlich zur Verfügung haben für Investitionen oder Anlagen.