

**Ökonomische Anwendungen der Exponentialfunktionen****Aufgabe Navigationssysteme**

Das Unternehmen GPM vertreibt mobile Navigationssysteme für die Autoindustrie. Für das neue Modell NavTag II, das sich nur in wenigen Details von seinem Vorgänger NavTag I unterscheidet, wird mit einer ähnlichen Absatzentwicklung kalkuliert. Für NavTag I wurden folgende Absatzzahlen ermittelt:

Zeit in Monaten	0	5	10	15
Absatzmenge in 1000	50	92,98	74,63	60,58

Die Absatzmenge zum Zeitpunkt  $x=0$  ergibt sich aus langfristigen Verträgen, die während der Entwicklungsphase geschlossen wurden.

- a) Der Absatzverlauf von NavTag II soll mit einer Exponentialfunktion modelliert werden:  $f_{a;b}(x) = a \cdot x \cdot e^{-b \cdot x} + c$  mit  $a, b, c > 0$

Bestimmen Sie Werte für  $a, c$  (Genauigkeit: 1 Nachkommastelle) und  $b$  (Genauigkeit: 2 Nachkommastellen), sodass die obigen Absatzzahlen durch  $f_{a;b}(x)$  beschrieben werden.

Hinweis: Die Ergebnisse zur Kontrolle lauten  $a = 30$ ,  $b = 0,25$  und  $c = 50$ . Wenn Sie diese nicht ausrechnen können, definieren Sie nun für die folgenden Aufgaben neu:

$$f(x) = 30 \cdot x \cdot e^{-0,25 \cdot x} + 50$$

- b) Die maximale Absatzmenge wird nach ca. 5 Monaten vermutet (vgl. Tabelle). Berechnen Sie den genauen Maximalwert mit der Funktion  $f_{30;0,25}(x)$  und zeigen Sie, dass im 8. Monat der Absatz am stärksten zurückgeht.
- c) GPM ist sich darüber im Klaren, dass über die gemachten Verträge nur eine kurzzeitige Absatzsteigerung möglich ist, da das Unternehmen den Privatkundenmarkt nicht gezielt bedient. Ermitteln Sie die Absatzmenge, auf die sich das Navigationssystem langfristig einpendeln wird und skizzieren Sie den Graphen.
- d) Obwohl die Absatzzahlen schwanken, hält das Unternehmen an einem Preis (in €) für das NavTag II fest, der sich aus dem vom Controlling ermittelten Angebots- und Nachfragefunktionen ergibt:  $p_1(x) = (-2,7x + 242) \cdot e^{0,01x}$  und  $p_2(x) = (0,5x + 50) \cdot e^{0,01x}$

Begründen Sie aus dem Sachverhalt, welche Funktion die Angebots- und Nachfragefunktion ist, und bestimmen Sie dann das Marktgleichgewicht.



**Ökonomische Anwendungen der Exponentialfunktionen**

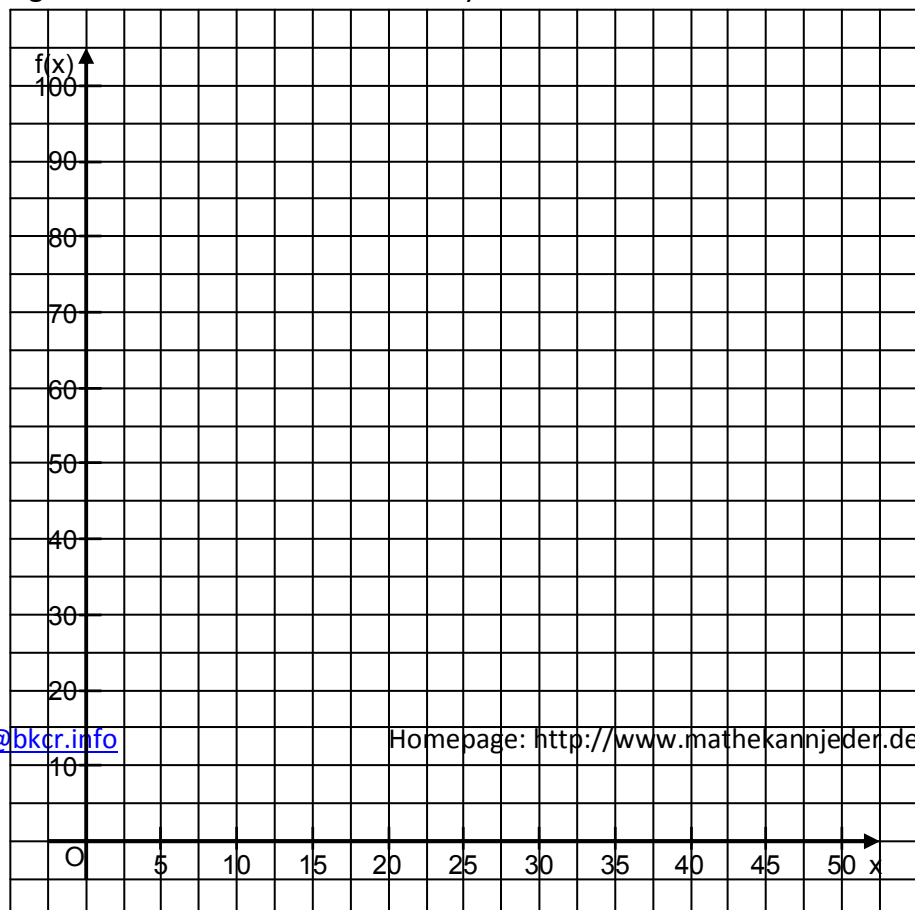
Tipps:

- a) Hilfreich könnte das Lösen eines Gleichungssystems sein (aber kein lineares(!)). Definieren Sie die Funktion wie oben angegeben und bestimmen Sie dann a,b und c
- b) Sie dürfen die Ableitungen mit dem CAS bestimmen und damit rechnen. Ermitteln Sie die (ersten beiden) Ableitungen von Hand dennoch zur Übung und geben Sie diese an. Kontrolle:  $f'(x) = e^{-0,25x} \cdot (30-7,5x)$  und  $f''(x) = e^{-0,25x} \cdot (1,875x-15)$ .
- b) Der Punkt, an dem der Absatzrückgang am stärksten ist, befindet sich dort, wo der Graph von einer Rechtskrümmung in eine Linkskrümmung übergeht, also beim ....
- c) Verwenden Sie den limes – Befehl des CAS.
- d) Überlegen Sie grundsätzlich, wie Nachfrage und Angebot sich am Markt verhalten. „Wenn der Preis für ein Produkt steigt, dann ..... die Nachfrage“. Aus diesen grundlegenden Marktregeln ergeben sich allgemeingültige Eigenschaften für Nachfrage- und Angebotsfunktionen, auf die man die angegebenen Funktionen untersuchen kann.

Im Marktgleichgewicht sind Angebotsmenge und Nachfragemenge gleich.

Für eine graphische Darstellung der beiden Funktionen verwenden Sie folgende Fenstereinstellungen: x-Achse von -10 bis 100 und y-Achse von -10 bis 250.

Skizze für Aufgabe c:



E-Mail: [Carsten.Vooren@bkcr.info](mailto:Carsten.Vooren@bkcr.info)

Homepage: <http://www.mathekannjeder.de>