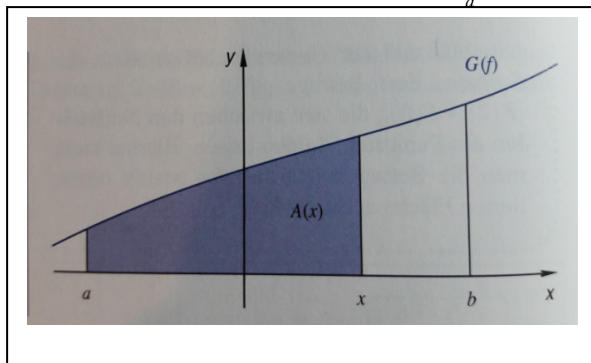


Integralfunktion

Unter der Integralfunktion einer zwischen den Grenzen a und b integrierbaren Funktion f versteht

man die Funktion mit I_a mit $I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$ für $x \in [a;b]$.



Fallunterscheidung: Die Fläche zwischen dem Graphen von f und der x -Achse und den Senkrechten durch a und x ist

- vollständig oberhalb der x -Achse $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$ ergibt den Flächeninhalt dieser Fläche.
- vollständig unterhalb der x -Achse $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$ ergibt den negativen Flächeninhalt dieser Fläche \Rightarrow Betragsstriche verwenden, falls die Fläche berechnet werden soll
- zum Teil oberhalb und zum Teil unterhalb der x -Achse $\Rightarrow I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$ ergibt die Summe der orientierten Flächeninhalte aller Teilflächen. Wenn die positiv und negativ orientierten Flächen insgesamt gleich groß sind, ergibt $I_a(x) := \int_a^x f(t) dt$ den Wert 0.

Anmerkung: Jede Integralfunktion einer Funktion f ist auch eine Stammfunktion von F . (Vgl. Buch

Seite 364) Das bedeutet letztendlich $I_a'(x) = \left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$

Diese Gleichung lässt sich zusammenfassen zu der Aussage:

Differenzieren und Integrieren sind einander entgegengesetzte Rechenoperationen

**Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung**

Ist f eine integrierbare Funktion auf dem Intervall $[a;b] \subset \mathbb{R}$, so ist für alle $x_0 \in [a;b]$ die Funktion F mit

$$F(x) = \int_{x_0}^x f(t) dt \text{ differenzierbar und es gilt}$$

- $F'(x) = f(x)$ für alle $x \in [a;b]$. Das heißt F ist eine Stammfunktion von f .
- $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$

Übungen:

Stellen Sie folgende Situationen graphisch dar und interpretieren Sie die Werte bzw. Ergebnisse:

A1) $I_2(x) = \int_2^x 3t^2 dt$

A2) $I_2(4)$

B1) $I_0(x) = \int_0^x t^3 dt$

B2) $I_0(3)$

C1) $I_{-2}(x) = \int_0^x t^3 dt$

C2) $I_{-2}(-1)$

C3) $I_{-2}(2)$

C4) $I_{-2}(3)$

D1) $I_1(x) = \int_1^x 2t + 4t^3 dt$

D2) $I_1(25)$

Konsumentenrente und Produzentenrente

Lesen Sie das Beispiel 5.8 auf Seite 374-375 und bearbeiten Sie die Aufgaben

- Seite 383, Nr. 21
- Seite 383, Nr. 22 a-c
- Seite 383, Nr. 23
- Seite 384, Nr. 24