



Die Produktregel (Buch Seite 416, Kapitel 6.2. Kombinatorik, Bsp. 6.14)

Wird ein Zufallsexperiment in mehreren Stufen durchgeführt und ist die Anzahl der Ergebnisse jeweils unabhängig von den Ergebnissen der vorhergehenden Stufe, so erhält man die Anzahl der möglichen verschiedenen Ergebnisse dieses Zufallsexperiments, indem man die Anzahlen der möglichen Ergebnisse auf jeder Stufe miteinander multipliziert.

Bsp.: Jeans → 3 Anbieter – 4 Farben – 8 >Größen => $3 \cdot 4 \cdot 8 = 96$ verschiedene Jeans!

Die Fakultät (Buch Seite 420, Kapitel 6.2 Kombinatorik, Bsp. 6.17)

Besteht eine Menge aus n verschiedenen Elementen, dann gibt es $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$ mögliche Anordnungen.

Man nennt " $n!$ " n Fakultät und erhält diese Funktion mit dem Taschenrechner TI Nspire CX CAS unter menu → Wahrscheinlichkeit (5) → Fakultät (1)

Die Zahl von der man die Fakultät berechnen lassen möchte, muss zuerst eingegeben werden. Testen Sie die Funktion, indem Sie $7!$, $8!$, $9!$ und $10!$ berechnen.

Bsp.: Vorbereitende Hausaufgabe mit Büchern.

Die Anzahl möglicher Anordnungen nennt man Permutationen (ohne Wiederholung).

Variationen (Buch Seite 422, Kapitel 6.2 Kombinatorik, Bsp. 6.19)

Wenn man, anders als bei der Permutation, nicht alle Elemente einer Menge auswählt, so spricht man von einem Auswahlproblem. Dabei ist die Reihenfolge der ausgewählten Elemente wichtig ist. Die Berechnung der Anzahl möglicher Ergebnisse erfolgt nach der

$$\text{Formel } \frac{n!}{(n-k)!}$$

Dabei ist n die Anzahl der Kugeln und k die Anzahl der Ziehungen.

Zusammenfassung:

Variationen ohne Wiederholung: Werden aus einer Urne mit n unterscheidbaren Kugeln nacheinander k Kugeln **mit Beachtung der Reihenfolge** und **ohne Zurücklegen** gezogen,

dann gibt es $\frac{n!}{(n-k)!}$ mögliche Ergebnisse.

Berechnung mit dem Taschenrechner TI Nspire CX CAS unter menu → Wahrscheinlichkeit (5) → Permutation (2)

Im Display erscheint $nPr()$ und in die Klammern gibt man dann zunächst n und dann, durch ein Komma getrennt, das k ein, z.B. $nPr(6,2)$ → liefert das Ergebnis 30



W-GY12 - LK, Mathematik
Thema: Kombinatorik
Produktregel und Fakultät

Datum:
15.05.2020

Beispiel: Herr V. wählt aus seinen 19 Kursteilnehmern durch zufälliges Ziehen von drei Kugeln Schüler aus. Der zuerst ausgewählte Schüler hat 3-mal hausaufgabenfrei, der als zweites gezogene Schüler 2-mal hausaufgabenfrei und der als drittes gezogene Schüler 1-mal hausaufgabenfrei. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Kim unter den drei gezogenen Schülern?

Lösungsweg: Die Auswahl wird simuliert durch ein Urnenmodell mit 19 Kugeln ($n=19$), die mit den Namen der 19 Schüler beschriftet sind. Es wird dreimal gezogen ($k=3$), die gezogenen Kugeln werden nicht zurückgelegt und die Reihenfolge der gezogenen Kugeln (Namen) ist wichtig, da es einen Unterschied macht, ob jemand an erster Stelle oder zweiter Stelle gezogen wurde.

Anmerkung: Würden alle drei Schüler denselben "Gewinn" erhalten, so wäre die Reihenfolge egal, da der erstgezogene Schüler dasselbe bekommt, wie der letztgezogene Schüler. Dann müsste man eine andere Formel zur Berechnung der Anzahl der Möglichkeiten verwenden. Das kommt nächste Woche!

$$\text{Es gibt also } \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{19!}{(19-3)!} = \frac{19!}{16!} = \frac{19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 19 \cdot 18 \cdot 17 = 5814$$

verschiedene Variationen von Dreiergruppen. Da alle mit dergleichen Wahrscheinlichkeit gezogen werden können, handelt es sich um ein Laplace-Experiment. Im CAS rechnen Sie $nPr(19,3) \rightarrow 5814$

Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses K: "Kim ist unter den gezogenen Schülern."

benötigt man $P(K) = \frac{|K|}{|\Omega|}$ also nun die Mächtigkeit von K.

Fall 1:

Kim wird als erste gezogen => es gibt $18 \cdot 17 = 306$ mögliche Variationen für die beiden Schüler, die als zweites und drittes gezogen werden. ($nPr(18,2) \rightarrow 306$)

Fall 2:

Kim wird als zweite gezogen => es gibt $18 \cdot 17 = 306$ mögliche Variationen für die beiden Schüler, die als erstes und drittes gezogen werden. ($nPr(18,2) \rightarrow 306$)

Fall 3:

Kim wird als dritte gezogen => es gibt $18 \cdot 17 = 306$ mögliche Variationen für die beiden Schüler, die als erstes und zweites gezogen werden. ($nPr(18,2) \rightarrow 306$)

⇒ Es gibt insgesamt $3 \cdot 306 = 918$ Variationen, bei denen Kim unter den drei gezogenen Schülern ist.

⇒ $P(K) = 918/5814 = 3/19 = 0,15789 = 15,789\%$



W-GY12 - LK, Mathematik
Thema: Kombinatorik
Produktregel und Fakultät

Datum:
15.05.2020

Übungen zu Produktregel, Permutationen (Fakultät) und Variationen

1. Lesen Sie zunächst nochmal die Beispiele 6.14, 6.15, 6.16 a und b, 6.17 und 6.19 im Kapitel 6.2 Kombinatorik ab Seite 416.

2. In einem Fußballverein werden beim Sommerfest vier Hauptpreise verlost. Jeder hat nur ein Los. Der 1. Preis ist ein Flachbild-Fernseher, der 2. Preis ein Schalke-Trikot, der 3. Preis ein Gutschein für das Vereinsheim und der 4. Preis eine 64GB-Speicherkarte für das Smartphone. Bei der Verlosung machen 50 Teilnehmer mit.
 - a) Berechnen Sie die Anzahl der mögliche Variationen für die vier Gewinner!
 - b) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit mit der der Trainer der 1. Mannschaft den Fernseher gewinnt?
 - c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Torwart der 2. Mannschaft einen der Preise gewinnt!

3. Seite 427, Übungen zu 6.2
 - Nr. 1
 - Nr. 2
 - Nr. 3
 - Nr. 10
 - Nr. 13

Bearbeiten Sie die Aufgaben bis Montag, den 18. Mai 2020. Wir besprechen die Aufgaben in der Videokonferenz am Dienstag, den 26. Mai ab 11:00 Uhr!

Sollten Sie bis dahin Fragen haben, können Sie sich ruhig per Mail melden.