

W6Y12, MLU, 22.5.17

## Urnenmodelle

Übungen 6.2 S. 427

1) Produktregel: Es gibt  $5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 = 1680$  Auswahlmöglichkeiten.  
(Vgl. Happy-Meal)

2) Urnenmodell:  $Z \subseteq \Omega \subseteq \mathbb{R}$   $n=6$   $k=6$  es werden alle Kugeln gezogen.  
 $\Rightarrow$  es gibt insgesamt  $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$  Möglichkeiten der Anordnung.

a) Beim 1. Zug wird "Blau" gezogen, d.h. es gibt noch  $5! = 120$  Möglichkeiten, die verbleibenden 5 Farben anzuordnen.

Alternativ:  $\frac{720}{6} = 120$

# Zusammenfassung

Urnenmodell ( $n$  Kugeln,  $k$  Ziehungen)

	ohne Zurücklegen	mit Zurücklegen
ohne Beachtung der Reihenfolge	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ Kombinationen TR: $nCr$ Bsp: Lotto	$\binom{n-1+k}{k} = \frac{(n-1+k)!}{k! \cdot (n-1)!}$ wenig relevant
mit Beachtung der Reihenfolge	$\frac{n!}{(n-k)!}$ Permutationen TR: $nPr$ Sonderfall: $k=n$ (alle Kugeln werden gezogen) $\frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \underline{\underline{n!}}$ Permutationen	$n^k$ Variationen Bsp: Zahlencodes, Passwörter

Übungen (6.2) ab S. 427

1, 2, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18  
25, 26, 29, 34

Schreibweise für Urnenmodelle

$n =$              $h =$              $z$     $mz$     $mR$

$z$     $oz$     $oR$

13)

a)  $6!$

b)  $18!$

c)  $26!$

14)

b) Es gibt  $4! = 24$  Möglichkeiten der Anordnung, wenn „blau“ und „grün“ bereits vorgegeben sind:

b	g	r	s	v	w
b	g	r	s	w	v
b	g	r	v	s	w
b	g	r	v	w	s
b	g	r	w	s	v
b	g	r	w	v	s
b	g	s	r	v	w
b	g	s	r	w	v
b	g	s	v	w	r
b	g	s	v	r	w
b	g	s	w	r	v
b	g	s	w	v	r

b	g	v	w	s	r
b	g	v	w	r	s
b	g	v	s	r	w
b	g	v	s	w	r
b	g	v	r	s	w
b	g	v	r	w	s
b	g	w	r	s	v
b	g	w	r	v	s
b	g	w	s	v	r
b	g	w	s	r	v
b	g	w	v	r	s
b	g	w	v	s	r

c) Es gibt  $3! = 6$  verschiedene Kombinationen

---

10)

a) Es gibt  $20! = 2432.902.008.176.640.000$   
 $\approx 2,4$  Trillionen Anordnungen

b)  $10!$  für deutschsprachige Bücher  
 $10!$  " fremdsprachige Bücher

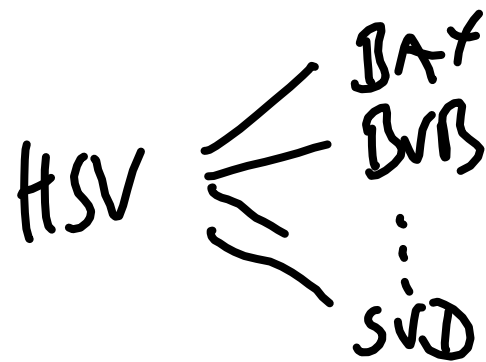
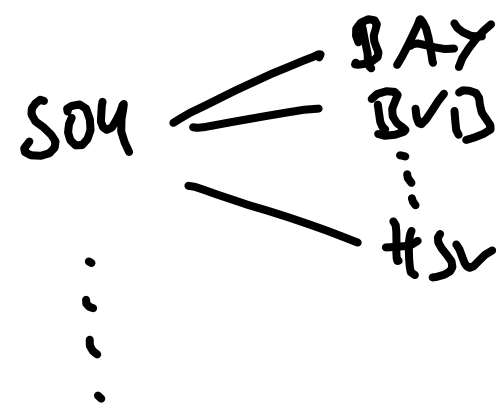
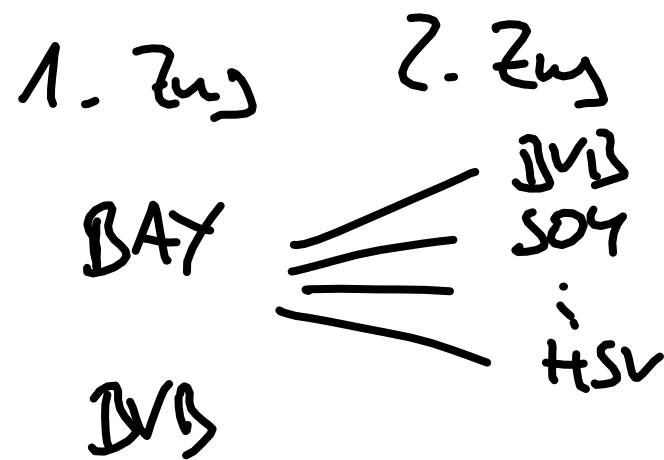
$\Rightarrow 10! \cdot 10!$  Anordnungen insgesamt

$\hookrightarrow 13.168.189.440.000 \approx 13,2$  Billionen

c) Es gibt  $\underbrace{4!}_{\text{Sprachen}} \cdot \underbrace{10!}_D \cdot \underbrace{5!}_E \cdot \underbrace{4!}_F \cdot \underbrace{1!}_G = 250.822.656.000$

11)

Urnenmodell:  $n = 18, k = 2 \quad \mathbb{Z} \quad \circ \mathbb{Z} \quad \text{in } \mathbb{R}$   
↳ Mannschaften



$$\Rightarrow \text{Es gibt } \frac{18!}{(18-2)!} = \frac{18!}{16!} = 18 \cdot 17 = 306$$

Permutationen

Alternativ: 34 Spielbegegnungen mit je 9 Spielen  
 $\Rightarrow 34 \cdot 9 = 306$  Spiele.

12) wie 11) mit  $n=12$  statt  $18=n$

$\Rightarrow$  es gibt  $\frac{12!}{(12-2)!} = 12 \cdot 11 = 132$  Permutationen

Muskafa (weiß) – Vooren (schwarz)

Vooren (weiß) – Muskafa (schwarz)

Alternativ: 22 Spieltage mit je 6 Spielern  $\Rightarrow 22 \cdot 6 = 132$   
Spiele

17)  $n = 3$  Kugeln (1, 0, 2)  $k = 11$  Ziehungen

Z m Z m R

$\Rightarrow$  Es gibt  $n^k = 3^{11} = 177.147$  Variationen

18)  $n = 9$  Kugeln (Bilder)  $k = 4$  Ziehungen

Z o Z o R  $\Rightarrow$  Es gibt  $\binom{9}{4} = \frac{9!}{(9-4)! \cdot 4!} = 126$  Kombi-  
nationen



HA : 1) Bsp 6.23 S.426  
mit Formel im roten Kasten  
+ „Alles klar?“

2) Aufgaben auf Blättern

3) Geburtstagsproblem S. 430 Nr. 29  
„sofern“