



# Vorgaben für die Abiturprüfung 2021

in den Bildungsgängen des Beruflichen Gymnasiums

Anlagen D 1 – D 28

Weiteres Leistungskursfach

## Mathematik

Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung



## 1 Gültigkeitsbereich

Die Vorgaben für die Abiturprüfung im Fach Mathematik gelten für folgende Bildungsgänge:

Kaufmännische Assistentin/AHR Kaufmännischer Assistent/AHR	APO-BK Anlage D 12
Technische Assistentin für Betriebsinformatik/AHR Technischer Assistent für Betriebsinformatik/AHR	APO-BK Anlage D 13
Allgemeine Hochschulreife (Betriebswirtschaftslehre)	APO-BK Anlage D 27

Die Bildungsgänge sind dem Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung zugeordnet.

## 2 Vorgaben für die schriftliche Abiturprüfung

Grundlage für die Vorgaben der zentral gestellten schriftlichen Aufgaben der Abiturprüfung der (mindestens) dreijährigen AHR-Bildungsgänge des Beruflichen Gymnasiums (APO-BK, Anlagen D 1 – D 28) sind die verbindlichen Vorgaben der Bildungspläne zur Erprobung (RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen vom 18.06.2007):

Teil I: Pädagogische Leitideen,

Teil II: Didaktische Organisation der Bildungsgänge im Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung,

Teil III: Fachlehrplan Mathematik

sowie die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012).

Durch die Vorgaben für die schriftliche Abiturprüfung werden inhaltliche Schwerpunkte festgelegt. Diese inhaltlichen Schwerpunkte sind Konkretisierungen der in dem Fachlehrplan beschriebenen Fachinhalte, deren Behandlung im Unterricht als Vorbereitung auf die schriftliche Abiturprüfung vorausgesetzt wird. Durch diese Schwerpunktsetzungen soll sichergestellt werden, dass alle Schülerinnen und Schüler, die im Jahr 2021 das Abitur in den o. a. Bildungsgängen des Beruflichen Gymnasiums ablegen, über die Voraussetzungen zur Bearbeitung der zentral gestellten Aufgaben verfügen.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden zwei unterschiedliche Aufgabensätze zur Verfügung gestellt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden.

- Aufgabensatz 1 (GTR): grafikfähiger Taschenrechner
- Aufgabensatz 2 (CAS): Computeralgebrasystem

Die folgenden fachspezifischen Schwerpunktsetzungen gelten für das Jahr 2021. Sie stellen keine dauerhaften Festlegungen dar.



### **3 Verbindliche Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik im Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung für das Abitur 2021**

#### **3.1 Inhaltliche Schwerpunkte**

Die schriftliche Abiturprüfung besteht aus insgesamt vier Aufgaben, gegliedert in zwei Aufgabenteile, den Aufgabenteil A (Bearbeitung ohne Hilfsmittel) und den Aufgabenteil B (Bearbeitung mit Hilfsmitteln). Dabei besteht der Aufgabenteil A aus einer Aufgabe mit vier Teilaufgaben. Der Aufgabenteil B besteht aus drei Aufgaben, wobei jede Aufgabe in Teilaufgaben gegliedert ist.

Aufgabenteil A enthält jeweils Teilaufgaben zur Analysis, Linearen Algebra/ Analytischen Geometrie und Stochastik.

Der Aufgabenteil B enthält jeweils:

- eine Aufgabe zur Analysis,
- eine Aufgabe zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und
- eine Aufgabe zur Stochastik.

Im Aufgabenteil A (Bearbeitung ohne Hilfsmittel) werden grundlegende mathematische Fähigkeiten überprüft.

Beispielaufgaben wurden über eine Handreichung bereitgestellt. Weitere formale Hinweise sind den für die Abiturprüfung im Jahr 2021 gültigen Konstruktionsvorgaben zu entnehmen.

Bei mindestens zwei der Teilaufgaben des Aufgabenteils A sind Anwendungsbezüge aus Wirtschaft und Verwaltung vorgesehen.

Bei mindestens zwei der Aufgaben des Aufgabenteils B sind Anwendungsbezüge aus Wirtschaft und Verwaltung vorgesehen.

Die inhaltlichen Schwerpunkte gelten für die beiden Aufgabensätze (GTR bzw. CAS, s. Punkt 2 und Punkt 5). Sind Themen nur für einen der beiden Aufgabensätze vorgesehen, so wird dies explizit ausgewiesen.

Im Folgenden werden die inhaltlichen Schwerpunkte stichpunktartig aufgeführt. Detaillierte Darstellungen und Beispiele finden sich im o. g. Bildungsplan zur Erprobung.



## Analysis

- Ganzrationale Funktionen
  - Aufstellung von Funktionsgleichungen aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS
  - Extrem- und Wendepunkte
  - Integralrechnung
- Exponentialfunktionen
  - Aufstellung von Funktionsgleichungen vom Typ  $f(x) = a \cdot b^x$ , aus vorgegebenen Bedingungen, auch durch Regression mithilfe des GTR/CAS
  - Funktionen vom Typ  $f(x) = p(x) \cdot e^{q(x)}$  mit  $p, q$  ganzrationale Funktionen
  - Extrem- und Wendepunkte
  - Integralrechnung
- Ökonomische Anwendungen
  - Marktpreistheorie/Produzenten-/Konsumentenrente
  - Modell der vollständigen Konkurrenz
  - Modell Angebotsmonopol
  - Absatzentwicklung/Umsatzentwicklung

## Lineare Algebra/Analytische Geometrie

- Matrizen / Lineare Gleichungssysteme
  - Matrizenverknüpfungen und Matrizengleichungen
  - inverse Matrizen
  - LGS und Kriterien für deren Lösbarkeit / Rang einer Matrix
  - stochastische Matrizen
- Lineare Optimierungsprobleme
  - Lineares Standard-Maximierungsproblem
  - graphische Lösungsverfahren ökonomischer Maximierungsprobleme
- Weitere ökonomische Anwendungen
  - innerbetriebliche Verflechtungen, mehrstufige Produktionsprozesse
  - Logistische Zusammenhänge, Kundenwanderung, Mobilität, etc.



## Stochastik

- Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit
- Erwartungswert von Zufallsvariablen
- Binomialverteilung
  - Bernoulli-Versuch
  - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
  - Summenfunktion der Binomialverteilung
- Einseitiger Hypothesentest inklusive Fehler 2. Art
- Ökonomische Anwendungen
  - Kostenabwägungen, Qualitätsprüfungen, Prüfen von Produktionsprozessen

Alle Themenbereiche (Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik) können auch die Verwendung von Parametern enthalten.

## 3.2 Medien/Materialien

Siehe Hilfsmittel, Punkt 5

## 3.3 Formale Hinweise

Die mathematische Notation in den Abituraufgaben erfolgt gemäß der Formelsammlung, ISBN 978-3-507-73019-9 bzw. ISBN 978-3-507-73018-2, Schroedel-Verlag.

## 3.4 Hinweise zu den Aufgabenstellungen

Die Aufgaben in den zentral gestellten Prüfungen werden mithilfe von Operatoren formuliert.

In der folgenden Tabelle werden die Operatoren definiert, durch Beispiele dokumentiert und den Anforderungsbereichen (AFB I, II und III) zugeordnet. Die konkrete Zuordnung erfolgt immer im Kontext der Aufgabenstellung, wobei eine eindeutige Trennung der Anforderungsbereiche nicht immer möglich ist.

Spätestens in der Qualifikationsphase sollen die Operatoren in den Klausuren und schriftlichen Übungen verwendet werden, um die Schülerinnen und Schüler auf die Abiturprüfung vorzubereiten.



Operator	AFB	Definition	Beispiel
analysieren	II, III	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen genauer untersuchen und strukturieren	Analysieren Sie für $a = 0,5$ die folgende Entscheidung der Unternehmensleitung.
angeben, nennen	I, II	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	Nennen Sie die verwendete Ableitungsregel.
anwenden	I, II	einen bekannten Sachverhalt, eine bekannte Methode auf eine neue Problemstellung beziehen	Wenden Sie das Newtonverfahren zur Bestimmung der Gewinnschwelle an.
aufstellen, bilden	I, II	Daten nutzen, um sie in einem mathematischen Modell darzustellen	Stellen Sie aus den gegebenen Daten eine Matrix auf.
begründen	II, III	Sachverhalte auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen – hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen	Begründen Sie, dass die zweite Ableitung als Maß für die Krümmung eines Graphen nicht ausreichend ist.
berechnen	I, II	Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen	Berechnen Sie die Produktionsmenge, bei der der maximale Gewinn erzielt wird.



Operator	AFB	Definition	Beispiel
beschreiben	I, II	Strukturen, Sachverhalte, Verfahren unter Verwendung der Fachsprache angemessen wiedergeben	Beschreiben Sie das Verfahren des Gauß-Algorithmus.
bestätigen	I, II	Aussagen oder Sachverhalte mathematisch verifizieren	Bestätigen Sie, dass das Marktgleichgewicht bei 4 ME erreicht ist.
bestimmen, ermitteln	II, III	Zusammenhänge bzw. Lösungswege finden und die Ergebnisse formulieren	Bestimmen Sie die Koordinaten des Marktgleichgewichts. Ermitteln Sie die Nachfrage- und Angebotselastizität im Marktgleichgewicht.
beurteilen, Stellung nehmen	II, III	zu einem Sachverhalt ein eigenständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	Beurteilen Sie die Qualität des vorgeschlagenen Testverfahrens.
bewerten, deuten	I, II	die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem; umdeuten in eine andere Sichtweise	Bewerten Sie die Ergebnisse aus Sicht des Unternehmens und der Kunden. Deuten Sie das Ergebnis ökonomisch.



Operator	AFB	Definition	Beispiel
beweisen, widerlegen, nachweisen	II, III	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen und Analogien, führen	Beweisen Sie, dass im Betriebsminimum $x_0$ gilt: $K'(x_0) = k_v(x_0)$ . Beweisen oder widerlegen Sie: wenn $f'(x_0) = 0$ , dann folgt, $x_0$ ist eine Extremstelle.
definieren	II, III	kontextabhängige, eigenständige Begriffe bzw. Darstellungen festlegen	Definieren Sie zum Sachverhalt eine geeignete Treppenfunktion.
dokumentieren, darstellen	I, II	Gedankengang bzw. Herleitung der Problemlösung darlegen	Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg.
entscheiden	II, III	sich bei Alternativen eindeutig und begründet auf eine Möglichkeit festlegen	Entscheiden Sie, ob das Unternehmen mit einem Gewinn von mehr als x Euro rechnen kann.
entwickeln, entwerfen	II, III	Sachverhalte und Methoden zielgerichtet in einen Zusammenhang bringen, also eine Hypothese, eine Skizze oder ein Modell weiterführen und ausbauen	Entwickeln Sie einen Test zur Überprüfung der folgenden Hypothese.
ergänzen	I, II	eine vorgegebene Rechnung, Grafik oder Tabelle vervollständigen	Ergänzen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle.





Operator	AFB	Definition	Beispiel
erklären	I, II	Sachverhalte mithilfe eigener Kenntnisse verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen	Erklären Sie den Unterschied zwischen notwendiger und hinreichender Bedingung.
erläutern	I, II	Strukturen und Zusammenhänge erfassen, in Einzelheiten verdeutlichen und durch zusätzliche Informationen verständlich machen	Erläutern Sie die Bedeutung des Cournot'schen Punktes.
erstellen	I, II	einen Sachverhalt in übersichtlicher, fachlich angemessener Form ausdrücken	Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Funktion $f$ .
herleiten, formulieren	II, III	eine Formel oder einen Zusammenhang aus bekannten Sachverhalten nachvollziehbar entwickeln	Leiten Sie die Gleichung der Kostenfunktion her. Formulieren Sie für den Kunden auf der Basis eines Hypothesentests eine Entscheidungsregel.
interpretieren	II, III	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen	Interpretieren Sie das Integral aus ökonomischer Sicht.
klassifizieren	II, III	eine Menge von Objekten nach vorgegebenen oder sinnvoll selbstständig zu wählenden Kriterien in Klassen einteilen	Klassifizieren Sie die Graphen der Funktionenschar nach der Anzahl der Nullstellen.



Operator	AFB	Definition	Beispiel
prüfen, überprüfen	II, III	die Gültigkeit einer Aussage, z. B. einer Hypothese oder einer Modellvorstellung, verifizieren, falsifizieren	Prüfen Sie die Aussage des Produktionsleiters.
skizzieren, graphisch darstellen	I, II	wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten graphisch darstellen – auch Freihandskizzen möglich	Skizzieren Sie auf der Basis Ihrer Ergebnisse den Verlauf der Gewinnfunktion.
übertragen	II, III	einen untersuchten Sachverhalt bzw. allgemeingültige Aussagen auf ähnliche Sachverhalte anwenden	Übertragen Sie den Lösungsansatz auf ...
untersuchen	I, II	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	Untersuchen Sie das Verhalten des Funktionsgraphen an den Definitionslücken.
veranschaulichen, verdeutlichen	I, II	einen Sachverhalt mit verbalen oder graphischen Erläuterungen versehen	Veranschaulichen Sie das Betriebsoptimum graphisch.
vereinfachen, umformen	I, II	Terme, Aussagen, Formeln mittels geeigneter Strategien an den jeweiligen Sachverhalt anpassen	Vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich.



Operator	AFB	Definition	Beispiel
vergleichen	I, II	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln	Vergleichen Sie die unterschiedlichen Lösungsansätze zur Bestimmung des Betriebsminimums.
zeichnen	I, II	hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen	Zeichnen Sie den zugehörigen Gozintographen.
zeigen	II, III	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen bestätigen	Zeigen Sie, dass für eine Maschinenzeit der Maschine A von 20 Stunden der Erlös optimiert wird.

## 4 Bearbeitungszeit für die schriftliche Abiturprüfung

Es gelten die Vorgaben der APO-BK, § 17 (2) Anlage D.

Die Bearbeitungszeit beträgt 270 Minuten.

Zu Beginn der Bearbeitungszeit erhält der Prüfling die beiden zu bearbeitenden Aufgabenteile A und B. Die zugelassenen Hilfsmittel gemäß Punkt 5 werden noch **nicht** ausgegeben.

Der Prüfling gibt individuell nach Bearbeitung, jedoch nach spätestens 60 Minuten der Bearbeitungszeit, den Aufgabenteil A und seine Ausarbeitungen zum Aufgabenteil A ab und erhält im Gegenzug Zugang zu den gemäß Punkt 5 zugelassenen Hilfsmitteln.

Der Abgabezeitpunkt des Aufgabenteils A wird von der aufsichtführenden Lehrkraft protokolliert.



## 5 Hilfsmittel

Für die schriftliche Abiturprüfung werden zwei unterschiedliche Aufgabensätze zur Verfügung gestellt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden.

- Aufgabensatz 1 (GTR): grafikfähiger Taschenrechner
- Aufgabensatz 2 (CAS): Computeralgebrasystem

Zur Bearbeitung des Aufgabenteils A sind keine Hilfsmittel zugelassen, auch z. B. keine Formelsammlungen.

Für die Bearbeitung des Aufgabenteils B sind in der Abiturprüfung 2021 zugelassen:

- Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen.
- Grafikfähiger Taschenrechner (GTR) – nur für Aufgabensatz 1 (GTR)
- Computeralgebrasysteme (CAS) – nur für Aufgabensatz 2 (CAS)

In der Abiturprüfung 2021 sind nicht zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika.
- Computeralgebrasysteme (CAS) – bei Verwendung von Aufgabensatz 1 (GTR)
- Grafikfähiger Taschenrechner (GTR) – bei Verwendung von Aufgabensatz 2 (CAS)

Hinweis:

Die Mindestanforderungen an die Funktionalität eines GTR sind unter [www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de) zu finden.

Hinsichtlich der Verwendung der Technologien sind folgende Hinweise zu beachten:

- Bei Verwendung schuleigener Geräte ist eine ausreichende Anzahl von Ersatzsystemen vorzuhalten.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Zustand zu versetzen, der einen Zugriff auf andere Programme/Apps, eigene Dateien, Internet oder Netzwerke aller Art nicht ermöglicht.
- Der Lösungsweg ist von den Prüflingen in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung unabhängig von der verwendeten Technologie vollständig nachvollziehbar ist. Die



Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.

- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, müssen die Prüflinge zum Abschluss einen Computerausdruck ihres Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden (nur CAS).
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten mit Angabe des verwendeten CAS/GTR einschließlich der verwendeten Version vermerkt werden.

## **6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft/ den Prüfling**

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in Punkt 2 bzw. Punkt 5 beschriebenen zwei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird ein Aufgabensatz für die Prüfungsgruppe festgelegt.

Es findet keine Aufgabenauswahl durch die Fachlehrerin oder den Fachlehrer statt. Für die Prüflinge besteht ebenfalls keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.