

Formel von Bernoulli (S. 455)

Für eine Bernoulli-Kette der Länge n mit Trefferwahrscheinlichkeit p gilt für die Wahrscheinlichkeit genau k Treffer zu erzielen:

$$P(X = k) = B(n, p, k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

für $k = 0, 1, \dots, n$

Anzahl der Pfade
im Baumdiagramm mit
genau k Treffern

→ CAS: nCr menu → 5
→ 3
 $nCr(n, k)$

(Binomialkoeffizient „ n über k “)

Zufallsvariable X , die die Anzahl Treffer angibt, heißt binomialverteilt mit den Parametern n und p , die zugehörige Verteilung heißt Binomialverteilung.

S. 464 Nr. 2 Übung Formel von Bernoulli

1) ZV X : Anzahl fehlerhafter Lampen ^{→ Treffer}

2) $X \sim B(20, 0.05)$
↓ Länge der Kette ↳ Trefferw.

(Definition Zufallsvariable)
(Angabe der Verteilung der ZV)

$$P(X=1) = B(20, 0.05, 1) = \binom{20}{1} \cdot 0.05^1 \cdot \underbrace{0.95}_{=1-0.05}^{19} = 0.3774$$

$$P(X=2) = B(20, 0.05, 2) = \binom{20}{2} \cdot 0.05^2 \cdot 0.95^{18} = 0.1887$$

$$P(X=3) = B(20, 0.05, 3) = \binom{20}{3} \cdot 0.05^3 \cdot 0.95^{17} = 0.0596$$

CAS $P(X=3) = 0.0596$

menu → 5 → 5 → A Binomial Pdf → $n=20$ $p=0.05$ X -Wert 3

HA : S. 464, Nr 1

↳ mit Formel von Bernoulli

↳ Tabelle ablesen (wenn möglich)

↳ CAS wenn $\rightarrow S \rightarrow \bar{S} \rightarrow A$

1a) $X \sim B(10; 0,1)$ $P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^9 = 0,3874$

\downarrow \downarrow
 n p

alternativ: wenn $\rightarrow S \rightarrow \bar{S} \rightarrow A \rightarrow n=10$ $p=0,1$
 $X\text{-Wert} = 1$

Pflicht bei Dokumentation im Heft (Minimum)

Alternativ steht $P(X=1) = B\left(\underset{n}{10}; \underset{p}{0,1}; \underset{k}{1}\right) = 0,3874$

$$1a) P(X=2) = B(10; 0.1; 2) = \binom{10}{2} \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^8 = 0.1937$$

$$P(X=3) = 0.0574$$

$$P(X=4) = 0.0112$$

$$1b) X \sim B(20; 0.2) \quad P(X=1) = B(20; 0.2; 1) = \binom{20}{1} \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^{19} = 0.0576$$

$$P(X=2) = 0.1369$$

$$P(X=3) = 0.2053$$

$$P(X=4) = 0.2182$$

$$1c) X \sim B(30; 0.3)$$

$$P(X=4) = B(30; 0.3; 4) = \binom{30}{4} \cdot 0.3^4 \cdot 0.7^{26} = 0.0208$$

$$P(X=5) = 0.0464$$

$$P(X=6) = 0.0829$$

$$P(X=7) = 0.1219$$

$$P(X=8) = 0.1501$$

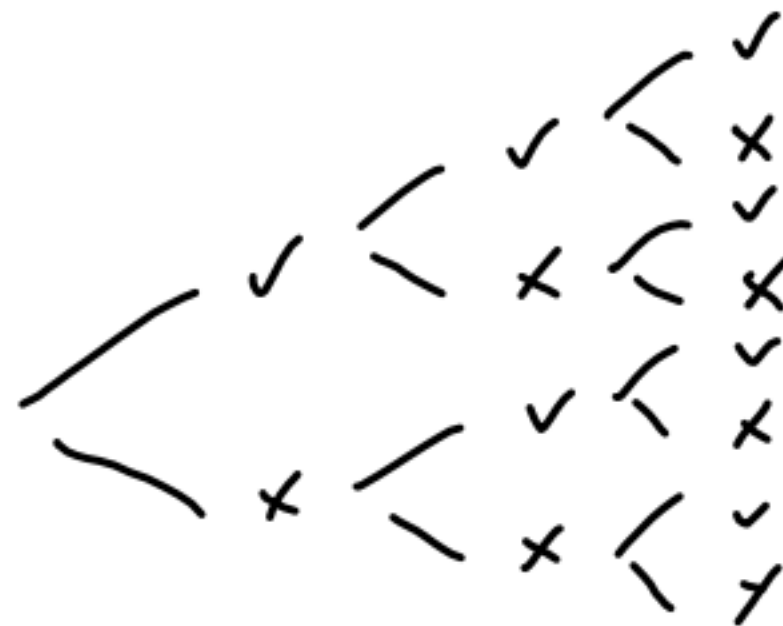
Binomialverteilung

Einstiegsaufgabe Binomialverteilung

Die Jarvis GmbH stellt Projektoren her und bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Nach Lieferproblemen bezüglich der Qualität wurde der Zulieferer gewechselt. Neuerdings liefert der Lieferant Argus GmbH alle Linsen in einer besseren Qualität, seine Ausschussquote beträgt 2,5%. Es wird vereinbart, dass die Jarvis GmbH einen Sonderrabatt von 20% erhält, falls in einer Liefercharge von 200 Stück mehr als acht Linsen Ausschuss sind. Ermitteln Sie die **Wahrscheinlichkeit**, dass dieser Fall eintritt.

Vorbereitung:

1. Lesen Sie im Buch die Seiten 453 – 455 oben (einschließlich Formel von Bernoulli).
2. Erklären Sie mit eigenen Worten, was ein Bernoulli-Versuch ist.
3. Erklären Sie den Begriff „Bernoulli-Kette“.
4. Stellen Sie den Test von drei Linsen (Ausschuss oder nicht) in einem Baumdiagramm dar und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen drei Linsen keine (genau eine, genau zwei, genau drei, **höchstens eine**, **mehr als eine**) Ausschuss ist.
Hinweis: Erinnern Sie sich an die Begriffe „Zufallsvariable“ und „Wahrscheinlichkeitsverteilung“.



W. auf S. 6 →

Schätzungen

Bora : 4% Simey : 5,5%
 Aaron : 4,5% Vanessa : 3,7%
 Can : 5% Muhammed : 3%
 Davi : 3,5%

W6Y13, MLK, 24.08.2020

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\
 &= 0,9269 + 0,0713 = 0,9982 \\
 &= P(X < 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X > 1) &= P(X=2) + P(X=3) \\
 &= 0,0018 + 0,0000 \\
 &= 0,0018 \\
 &= P(X \geq 2)
 \end{aligned}$$

Rundung

4) Definition Zufallsvariable

ZV X : Anzahl Linsen, die Ausschuss sind

↳ **Treffer** $\hat{=}$ Linse, die Anschluss ist

↳ mögliche Werte von X : $k = 0, 1, 2, 3$

Wahrscheinlichkeitsverteilung von X

k (Anz. Treffer)	$P(X=k)$
0	$0,926859 = 1 \cdot 0,025^0 \cdot 0,975^3 = \binom{3}{0} \cdot 0,025^0 \cdot 0,975^3 = P(Y=3)$
1	$0,071298 = 3 \cdot 0,025^1 \cdot 0,975^2 = \binom{3}{1} \cdot 0,025^1 \cdot 0,975^2 = P(Y=2)$
2	$0,001827 = 3 \cdot 0,025^2 \cdot 0,975^1 = \binom{3}{2} \cdot 0,025^2 \cdot 0,975^1 = P(Y=1)$
3	$0,000016 = 1 \cdot 0,025^3 \cdot 0,975^0 = \binom{3}{3} \cdot 0,025^3 \cdot 0,975^0 = P(Y=0)$

ZV Y : Anzahl Linsen, die kein Ausschuss sind

↳ **Treffer** $\hat{=}$ Linse, die ok ist
↳ mögliche Werte von Y : $k = 0, 1, 2, 3$

Vokabelliste Deutsch - Mathe für Bernoulli-Ketten

W. für ... k Treffer

mehr als

$$P(X > k)$$

mindestens

$$P(X \geq k)$$

genau

$$P(X = k)$$

höchstens

$$P(X \leq k)$$

weniger als

$$P(X < k)$$

$>$ größer als

$<$ kleiner als

\geq größer oder gleich

\leq kleiner oder gleich

$=$ gleich

Merkhilfe:

$<$ kleiner