W6Y13, MLK, 2.9.20

Aufgabe 2: (Zentralabitur 2014 LK)

Die Jarvis GmbH bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Neuerdings liefert Lieferant C alle Linsen in einer besseren Qualität. Die Fehlerquote liegt nun nur noch bei 2,5 %.

a) Es erfolgt eine Untersuchung von 200 Linsen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A1: Es sind mehr als 8 Linsen defekt.
A2: Es sind zwischen 5 und 10 Linsen defekt. → mehr als 5 weniger als 10
A3: Die Anzahl der defekten Linsen weicht um weniger als die Standardabweichung vom Erwartungswert ab. 8

b) Ermitteln Sie die Mindestanzahl der Linsen, die geprüft werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens eine defekte Linse zu finden.

a) 1) ZV X: Anzahl defekter Linsen

2) $X \sim B(\underset{n}{200}; \underset{p}{0{,}025})$

$P(A1) = P(X > 8) = P(X \geq 9) = 0{,}0656$

CAS: binomCdf(200, 0.025, 9, 200)

$P(A2) = P(5 < X < 10) = P(6 \leq X \leq 9) = 0{,}3540$

CAS: ... 6, 9)

Aufgabe 2: (Zentralabitur 2014 LK)

Die Jarvis GmbH bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Neuerdings liefert Lieferant C alle Linsen in einer besseren Qualität. Die Fehlerquote liegt nun nur noch bei 2,5 %.

a) Es erfolgt eine Untersuchung von 200 Linsen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A1: Es sind mehr als 8 Linsen defekt.
A2: Es sind zwischen 5 und 10 Linsen defekt.
A3: Die Anzahl der defekten Linsen weicht um weniger als die Standardabweichung vom Erwartungswert ab.

b) Ermitteln Sie die Mindestanzahl der Linsen, die geprüft werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens eine defekte Linse zu finden.

a) $E(X) = \mu = 200 \cdot 0{,}025 = \underline{\underline{5}}$

$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}025 \cdot (1-0{,}025)} = 2{,}208$

$\Rightarrow$ Abweichung nach unten: $\mu - \sigma = 5 - 2{,}208 = 2{,}792 \rightarrow 3$

$\Rightarrow$ " " oben: $\mu + \sigma = 5 + 2{,}208 = 7{,}208 \rightarrow 7$

nur ganze Zahlen

$P(A3) = P(3 \leq X \leq 7) = 0{,}7478$ CAS: binomCdf(200, 0.025, 3, 7)

b) $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$

Probieren verschiedener n

$X \sim B(n;\, 0{,}025)$

$n = 150$ $P(X \geq 1) = 0{,}9775$ binomCdf(n; 0,025, 1, n)

$n = 100$ $P(X \geq 1) = 0{,}9205$ "

$n = 90$ $P(X \geq 1) = 0{,}8975 < 0{,}90$

$n = 91$ $P(X \geq 1) = 0{,}9001 \geq 0{,}9$

$\rightarrow$ Es müssen mindestens 91 Linsen getestet werden.

Aufgabe 2: (Zentralabitur 2014 LK)

Die Jarvis GmbH bezieht die Linsen, die in die Projektoren eingebaut werden, von Zulieferern aus der Optischen Industrie. Neuerdings liefert Lieferant C alle Linsen in einer besseren Qualität. Die Fehlerquote liegt nun nur noch bei 2,5 %.

a) Es erfolgt eine Untersuchung von 200 Linsen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A1: Es sind mehr als 8 Linsen defekt.
A2: Es sind zwischen 5 und 10 Linsen defekt.
A3: Die Anzahl der defekten Linsen weicht um weniger als die Standardabweichung vom Erwartungswert ab.

b) Ermitteln Sie die Mindestanzahl der Linsen, die geprüft werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens eine defekte Linse zu finden.

Erinnerung:

$$a^x = b \quad | \log$$

$$\log a^x = \log b \Leftrightarrow x \cdot \log a = \log b$$

b) Für Coole: Über das Gegenereignis: $P(X \geq) \geq 0{,}9$

$$\Leftrightarrow 1 - \underbrace{P(X=0)}_{\text{mit Formel von Bernoulli}} \geq 0{,}9 \Leftrightarrow 1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1} \cdot \underbrace{0{,}025^0}_{=1} \cdot 0{,}975^n \geq 0{,}90$$

Achtung: Multipliziert man eine Ungleichung mit einer negativen Zahl dreht sich das Relationszeichen um!

$$\Leftrightarrow 1 - 0{,}975^n \geq 0{,}90 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -0{,}975^n \geq -0{,}1 \quad | \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}975^n \leq 0{,}1 \quad | \log$$

$$\Leftrightarrow \log 0{,}975^n \leq \log 0{,}1 \Leftrightarrow n \cdot \log 0{,}975 \leq \log 0{,}1 \quad | : \log 0{,}975$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}975} = 90{,}947 \rightarrow$$

Es müssen mind. 91 Linsen getestet werden.

Exponentialgleichungen (Unbekannte im Exponenten)

Aufgabe 3: (Zentralabitur 2015 GK)

Das innovative LED-Leuchtmittel der Serie „Ambiente" soll am Markt eingeführt werden. Ein derartiges LED-Leuchtmittel besteht aus einem Steuergerät und aus mehreren einzelnen LEDs.

Zur Einführung der LED-Leuchtmittelserie „Ambiente" startet die Marketing-Abteilung der ISERLED eine besondere Werbeaktion mit Wertcoupons. Ein Zufallsgenerator legt mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % einen Wertcoupon in die Verpackung der Leuchtmittel. Ein Großhändler ordert insgesamt 760 Leuchtmittel von ISERLED.

a) X sei die Zufallsgröße, die die Anzahl der Leuchtmittel mit Wertcoupon in der Sendung angibt. Erläutern Sie, weshalb die Zufallsgröße X als binomialverteilte Zufallsgröße betrachtet werden kann.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung genau die erwartete Anzahl Leuchtmittel mit Wertcoupon enthalten ist.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung mindestens 140 Leuchtmittel mit Wertcoupon enthalten sind.
d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung mehr als 80, aber höchstens 150 Leuchtmittel mit Wertcoupons enthalten sind.

Aufgabe 4: (Zentralabitur 2015 LK)

Das Unternehmen Kaffeeduft stellt seine Kaffeekapseln maschinell her. Dazu werden je nach Sorte sechs Gramm frisch gemahlener Kaffee unterschiedlicher Sorten in Aluminiumkapseln abgefüllt und diese luft- und feuchtigkeitsdicht verschlossen. Die Kapseln werden dann in verschiedenen Verpackungsgrößen an den Vertrieb weitergegeben.

Erfahrungsgemäß sind 2 % der Kapseln nicht gebrauchsfähig. Zur Qualitätssicherung werden der laufenden Produktion täglich Kapseln entnommen und geprüft. Die Zufallsvariable X kennzeichnet die Anzahl der nicht gebrauchsfähigen Kapseln und kann als binomialverteilt angenommen werden.

Es werden 300 Kapseln entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
E1: Genau 5 Kapseln sind nicht gebrauchsfähig.
E2: Weniger als 5 Kapseln sind nicht gebrauchsfähig.
E3: Die Anzahl der nicht gebrauchsfähigen Kapseln beträgt mehr als 5 und weniger als 10.

Aufgabe 5: (Zentralabitur 2017 LK)

Wearables Ltd. produziert auch die in den Datenbrillen verwendeten Akkus. Geringes Gewicht, Tragekomfort und eine praxistaugliche Betriebsdauer sind dabei besonders wichtig.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit für einen fehlerhaft produzierten Akku bei 4,5 % liegt. Die Akkus werden in Kartons zu 85 Stück abgepackt und zur Weiterverarbeitung versandt. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl der fehlerhaften Akkus binomialverteilt ist.

a) Bestätigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Karton keine fehlerhaften

3b) 1) ZV X: Anzahl Verpackung mit Wertcoupon

2) $X \sim B(\underset{n}{760};\ \underset{p}{0{,}2})$

$E(X) = \mu = 760 \cdot 0{,}2 = 152$

$P(X=152) = 0{,}0362$

binomPdf(760, 0.2, 152)

3c) $P(X \geq 140) = 0{,}8721$

binomCdf(760, 0.2, 140, 760)

3d) $P(81 \leq X \leq 150) = 0{,}4494$

---

4) ZV X: Anzahl nicht brauchbarer Kapseln

$X \sim B(300, 0.02)$

$P(E1) = P(X=5) = 0{,}1617$

$P(E2) = P(X<5) = 0{,}2824$

$P(E3) = P(5<X<10) = 0{,}4741$

Aufgabe 3: (Zentralabitur 2015 GK)

Das innovative LED-Leuchtmittel der Serie „Ambiente" soll am Markt eingeführt werden. Ein derartiges LED-Leuchtmittel besteht aus einem Steuergerät und aus mehreren einzelnen LEDs.

Zur Einführung der LED-Leuchtmittelserie „Ambiente" startet die Marketing-Abteilung der ISERLED eine besondere Werbeaktion mit Wertcoupons. Ein Zufallsgenerator legt mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % einen Wertcoupon in die Verpackung der Leuchtmittel. Ein Großhändler ordert insgesamt 760 Leuchtmittel von ISERLED.

a) X sei die Zufallsgröße, die die Anzahl der Leuchtmittel mit Wertcoupon in der Sendung angibt. Erläutern Sie, weshalb die Zufallsgröße X als binomialverteilte Zufallsgröße betrachtet werden kann.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung genau die erwartete Anzahl Leuchtmittel mit Wertcoupon enthalten ist.
c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung mindestens 140 Leuchtmittel mit Wertcoupon enthalten sind.
d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in der Sendung mehr als 80, aber höchstens 150 Leuchtmittel mit Wertcoupons enthalten sind.

Aufgabe 4: (Zentralabitur 2015 LK)

Das Unternehmen Kaffeeduft stellt seine Kaffeekapseln maschinell her. Dazu werden je nach Sorte sechs Gramm frisch gemahlener Kaffee unterschiedlicher Sorten in Aluminiumkapseln abgefüllt und diese luft- und feuchtigkeitsdicht verschlossen. Die Kapseln werden dann in verschiedenen Verpackungsgrößen an den Vertrieb weitergegeben.

Erfahrungsgemäß sind 2 % der Kapseln nicht gebrauchsfähig. Zur Qualitätssicherung werden der laufenden Produktion täglich Kapseln entnommen und geprüft. Die Zufallsvariable X kennzeichnet die Anzahl der nicht gebrauchsfähigen Kapseln und kann als binomialverteilt angenommen werden.

Es werden 300 Kapseln entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

E1: Genau 5 Kapseln sind nicht gebrauchsfähig.
E2: Weniger als 5 Kapseln sind nicht gebrauchsfähig.
E3: Die Anzahl der nicht gebrauchsfähigen Kapseln beträgt mehr als 5 und weniger als 10.

Aufgabe 5: (Zentralabitur 2017 LK)

Wearables Ltd. produziert auch die in den Datenbrillen verwendeten Akkus. Geringes Gewicht, Tragekomfort und eine praxistaugliche Betriebsdauer sind dabei besonders wichtig.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit für einen fehlerhaft produzierten Akku bei 4,5 % liegt. Die Akkus werden in Kartons zu 85 Stück abgepackt und zur Weiterverarbeitung versandt. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl der fehlerhaften Akkus binomialverteilt ist.

a) Bestätigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Karton keine fehlerhaften

3a) 1) Pro Zufallsversuch nur 2 Ereignisse: mit Wertcoupon oder ohne ✓

2) Bernoulli-Kette von 760 Versuchen: immer gleiche Trefferwahrscheinlichkeit von $p = 20\,\%$.

3) Unabhängigkeit der einzelnen Bernoulli-Versuche, d.h. der Ausgang eines Versuchs beeinflusst die anderen nicht.

Aufgabe 5: (Zentralabitur 2017 LK)

Wearables Ltd. produziert auch die in den Datenbrillen verwendeten Akkus. Geringes Gewicht, Tragekomfort und eine praxistaugliche Betriebsdauer sind dabei besonders wichtig.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit für einen fehlerhaft produzierten Akku bei 4,5 % liegt. Die Akkus werden in Kartons zu 85 Stück abgepackt und zur Weiterverarbeitung versandt. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl der fehlerhaften Akkus binomialverteilt ist.

a) Bestätigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem Karton keine fehlerhaften Akkus befinden, bei ca. 2 % liegt.

b) Gehen Sie nun davon aus, dass jeder Karton jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % keine fehlerhaften Akkus enthält. Ermitteln Sie die Anzahl der Kartons, die die Lieferung an die Weiterverarbeitung mindestens umfassen müsste, damit diese mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 99,19 % mindestens zwei Kartons ohne fehlerhafte Akkus enthält.

$\rightarrow$ ZV X: Anz. fehlerh. Akkus

$X \sim B(85; 0.045)$

$P(X=0) = 0,019966 \approx 0.02$ ✓

b) $n \geq 341$