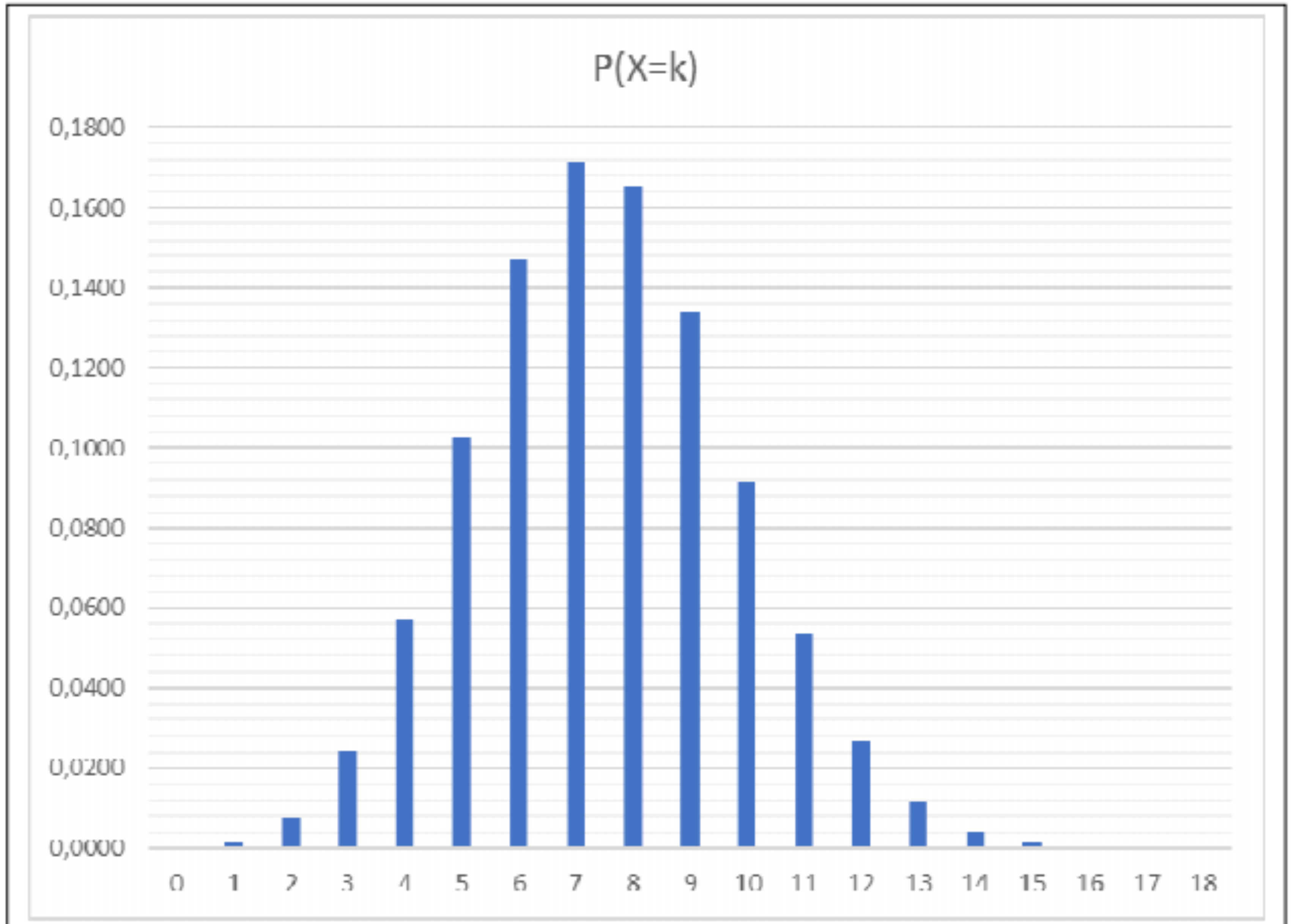
Geben Sie unter Verwendung des Histogramms die ungefähren Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an:

A: Höchstens 5 Beschäftigte sind unzufrieden.

B: Mehr als 8 Beschäftigte sind unzufrieden.

C: Die Anzahl der unzufriedenen Beschäftigten weicht um mehr als 1,5 vom Erwartungswert ab.



$P(B) = P(X \geq 9) = P(X=9) + P(X=10) + \ldots + P(X=25)$

$= 0{,}133 + 0{,}092 + 0{,}054 + 0{,}026 + 0{,}011 + 0{,}004 + 0{,}002 + 0 + 0 + \ldots + 0$

$= 0{,}322 = 33{,}2\,\%$

Alternative: $P(X \geq 9) = 1 - P(X < 9)$

$= 1 - P(X \leq 8)$

nutzen von $P(X \leq 5) = P(A)$

dann nur $P(X=6)$, $P(X=7)$ und $P(X=8)$ ablesen

$\mu = 25 \cdot 0{,}3 = 7{,}5$

Abw. von μ um mehr als 1,5 nach oben: $X > 9$

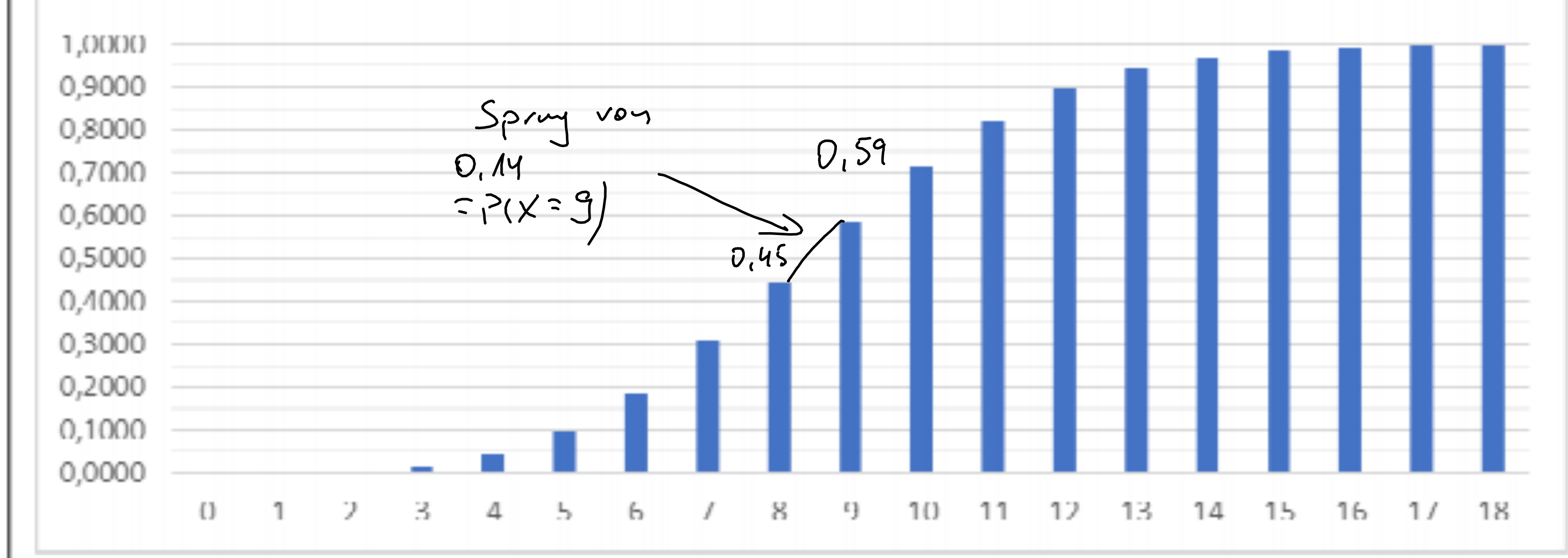
$X \geq 10$

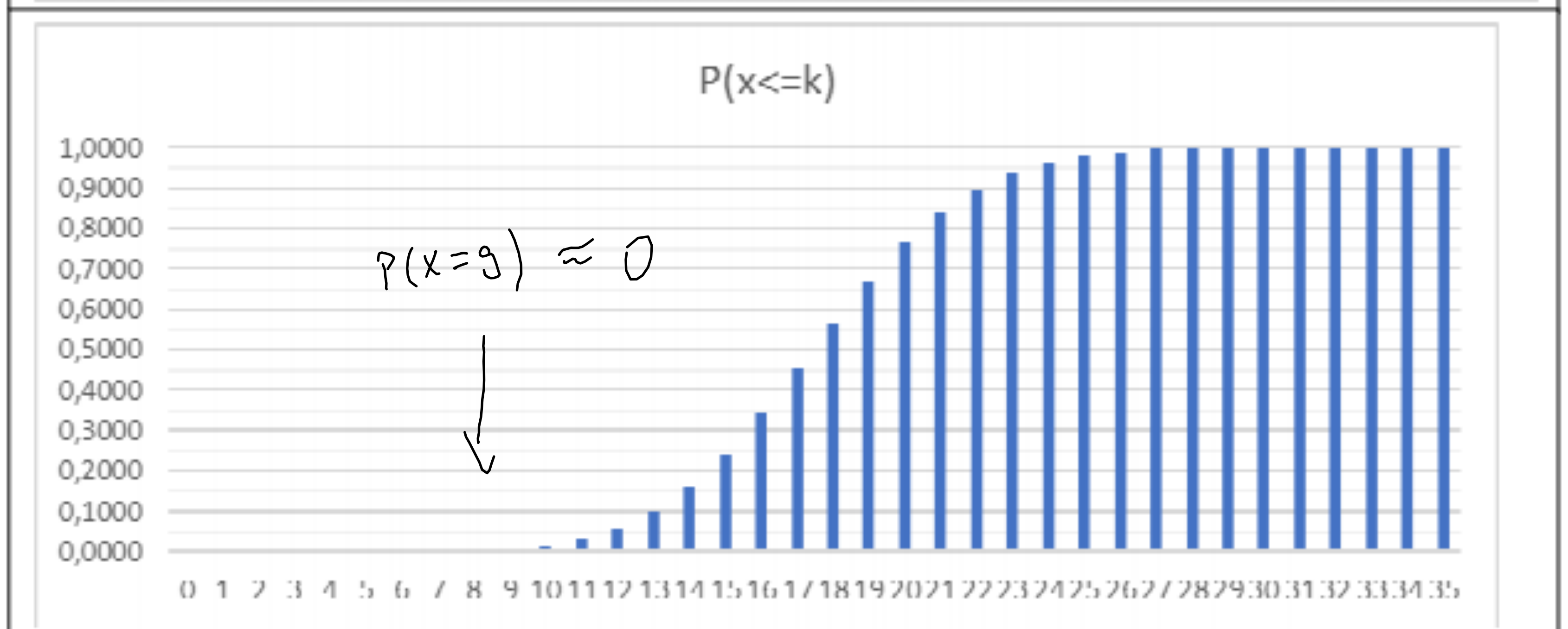
" " " " " unten: $X \leq 5$

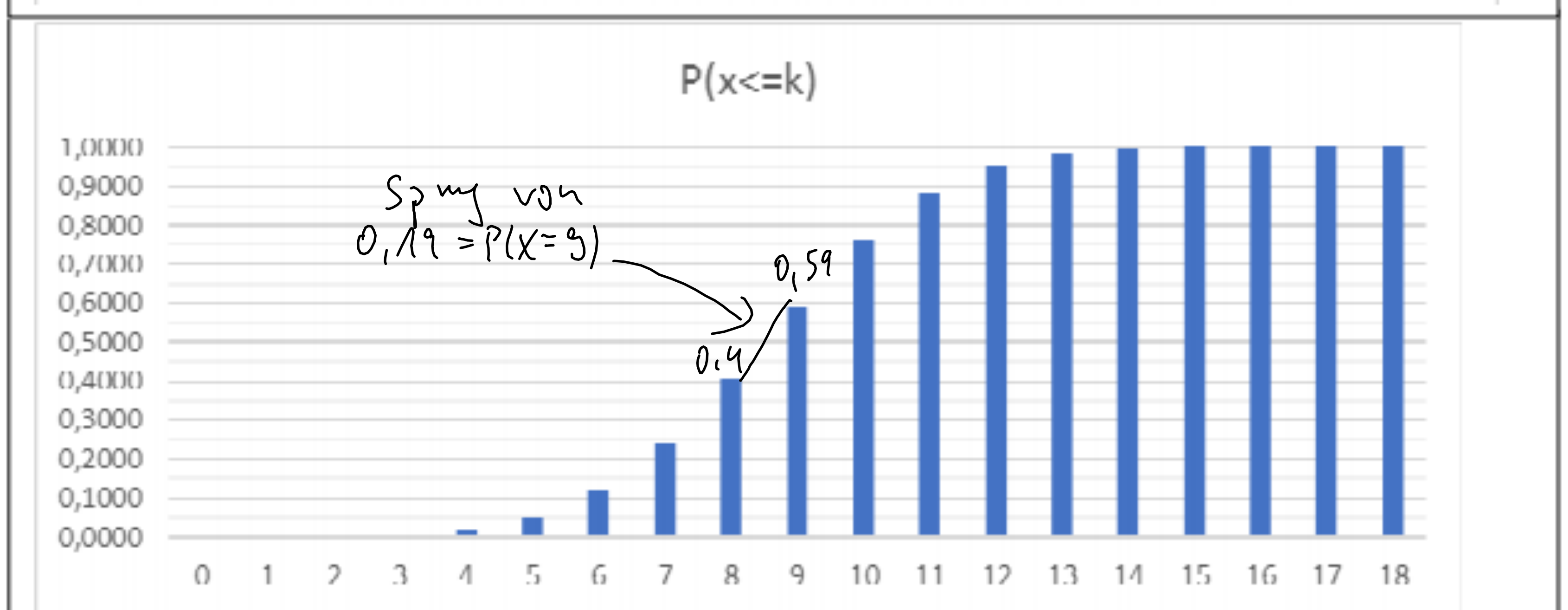
$X < 6$

1. Möglichkeit $P(X \leq 5) + P(X \geq 10) = P(C)$

2. Möglichkeit $1 - P(6 \leq X \leq 9) = P(C) = 0{,}617$







$X \sim B(60; 0{,}15)$

Problem: $P(X=\mu) \mathrel{\hat=}$ höchste Säule bei normaler Verteilung nicht nutzbar

Für $p = 0{,}5$ nutzbar? Symmetrie auch nicht

Frage: $\mu = 9 \rightarrow P(X=9)$ „ablesbar"?

Es gilt: $P(X=9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 8)$

$= 0{,}59 - 0{,}45$

$= \underline{0{,}14}$

Warum $P(X \leq 9) - P(X \leq 8)$

$= \left(\cancel{P(X=0)} + \cancel{P(X=1)} + \cancel{\ldots} + P(X=9)\right) - \left(\cancel{P(X=0)} + \cancel{P(X=1)} + \ldots + \cancel{P(X=8)}\right)$

$= P(X=9)$

Aufgabe 1:

30% der Belegschaft eines Unternehmens klagen über eine zu hohe Arbeitsbelastung. Das folgende Histogramm gibt die Binomialverteilung der zugehörigen Zufallsgröße X = „Anzahl der Beschäftigten, die mit ihrer Arbeitsbelastung unzufrieden sind" für eine Stichprobe von n = 25 an.

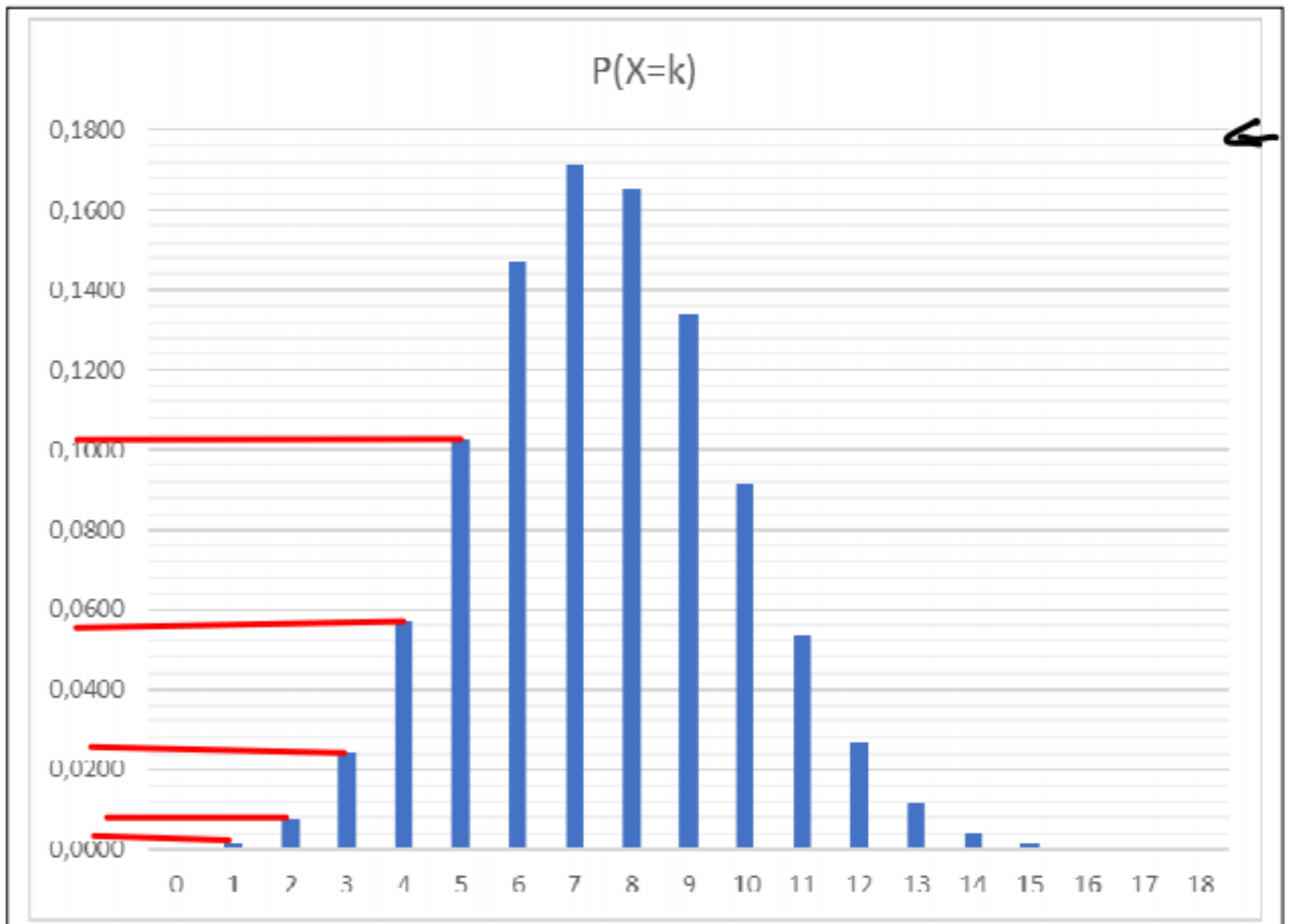
Verteilung $X \sim B(25; 0{,}3)$

Geben Sie unter Verwendung des Histogramms die ungefähren Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an:

A: Höchstens 5 Beschäftigte sind unzufrieden.

B: Mehr als 8 Beschäftigte sind unzufrieden.

C: Die Anzahl der unzufriedenen Beschäftigten weicht um mehr als 1,5 vom Erwartungswert ab.



$P(A) = P(X \leq 5)$

$= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$= P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$

$= 0 + 0{,}002 + 0{,}008$

$+ 0{,}024 + 0{,}057 + 0{,}103$

$\hat{=}\, 0{,}004$

$= 0{,}194 = 19{,}4\,\%$

$$\begin{array}{r} 0 \\ +\,0{,}002 \\ +\,0{,}008 \\ +\,0{,}024 \\ +\,0{,}057 \\ +\,0{,}103 \\ \hline 0{,}194 \end{array}$$

Aufgabe 2:

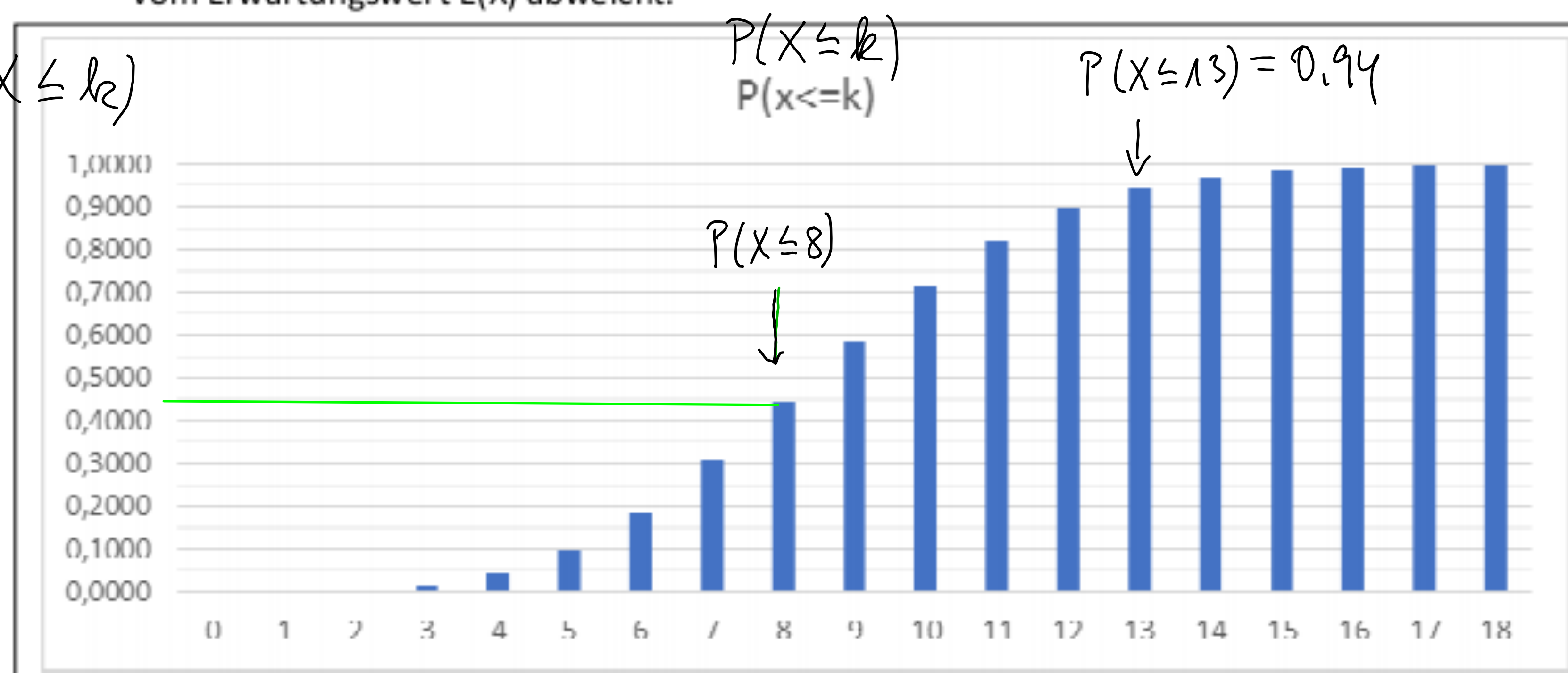
Bei der Produktion von Freisprechanlagen kommt es bei durchschnittlich 15% der Freisprechanlagen zu Problemen mit der elektronischen Steuerung. X ist die binomialverteilte Zufallsgröße, die die Anzahl problematischer Freisprechanlagen bei einer Tagesproduktion von 60 Freisprechanlagen angibt.

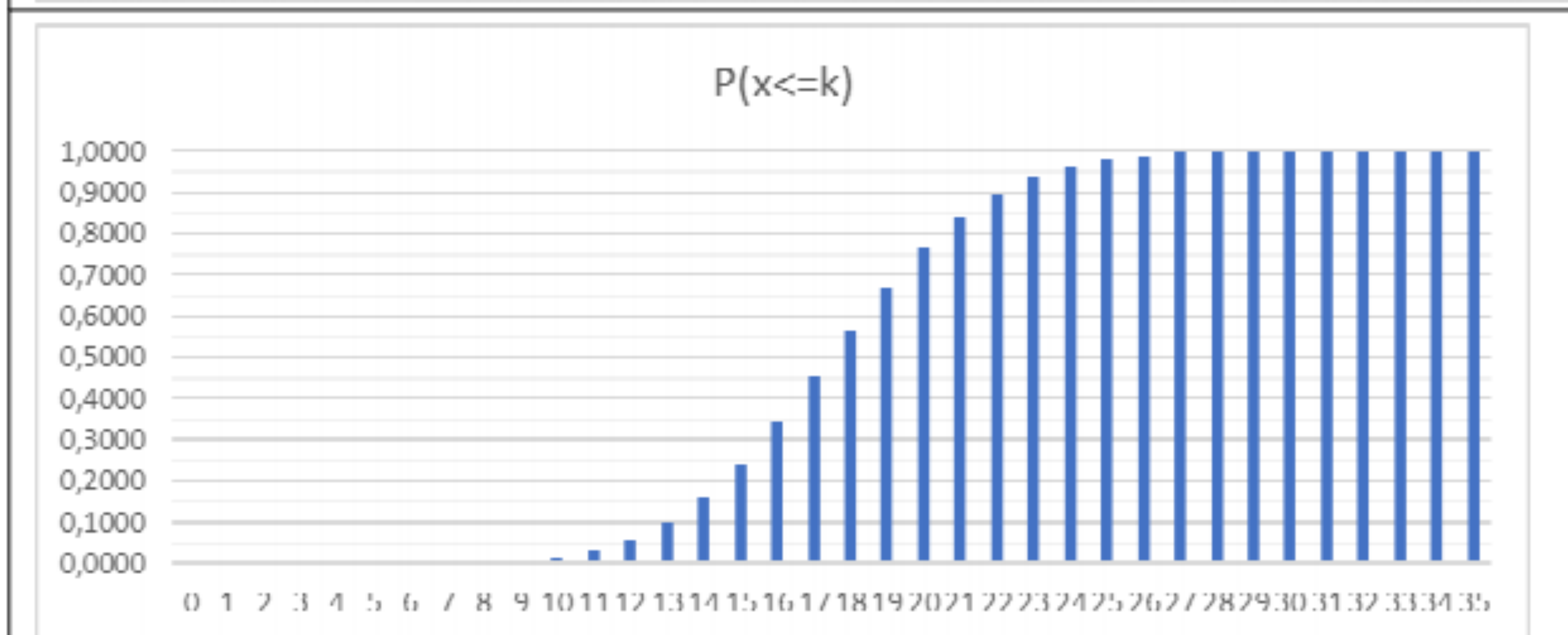
a) Prüfen Sie, welche der drei unten gezeigten Abbildungen die kumulierte Verteilung $P(X \leq k)$ darstellt.

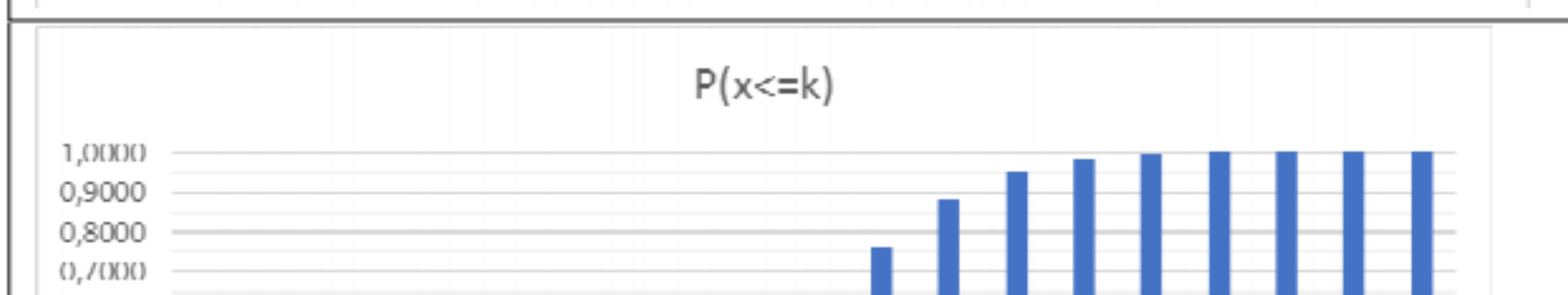
b) Bestimmen Sie mit Hilfe der von Ihnen ausgewählten Grafik näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl problematischer Freisprechanlagen um höchsten zwei vom Erwartungswert E(X) abweicht.

$P(X \leq k)$

0,45







$\rightarrow \mu = 9$

$\mu + 2 = 11$

$\mu - 2 = 7$

$P(7 \leq X \leq 11)$

$= P(X \leq 11) - P(X \leq 6)$

$= 0{,}81 - 0{,}19$

$= 0{,}62 = 62\%$

<u>Wichtig:</u> Bei der graphischen Darstellung kumulierter Binomial-verteilungen $P(X \leq k)$ kann man die Wahrscheinlichkeiten für $P(X=k)$ an der Differenz (an dem „Sprung") der Säulen zwischen $P(X \leq k)$ und $P(X \leq k-1)$ ablesen.

Beim Erwartungswert $P(X=\mu)$ müsste die Differenz der Säulenhöhen (der „Sprung") am größten sein!

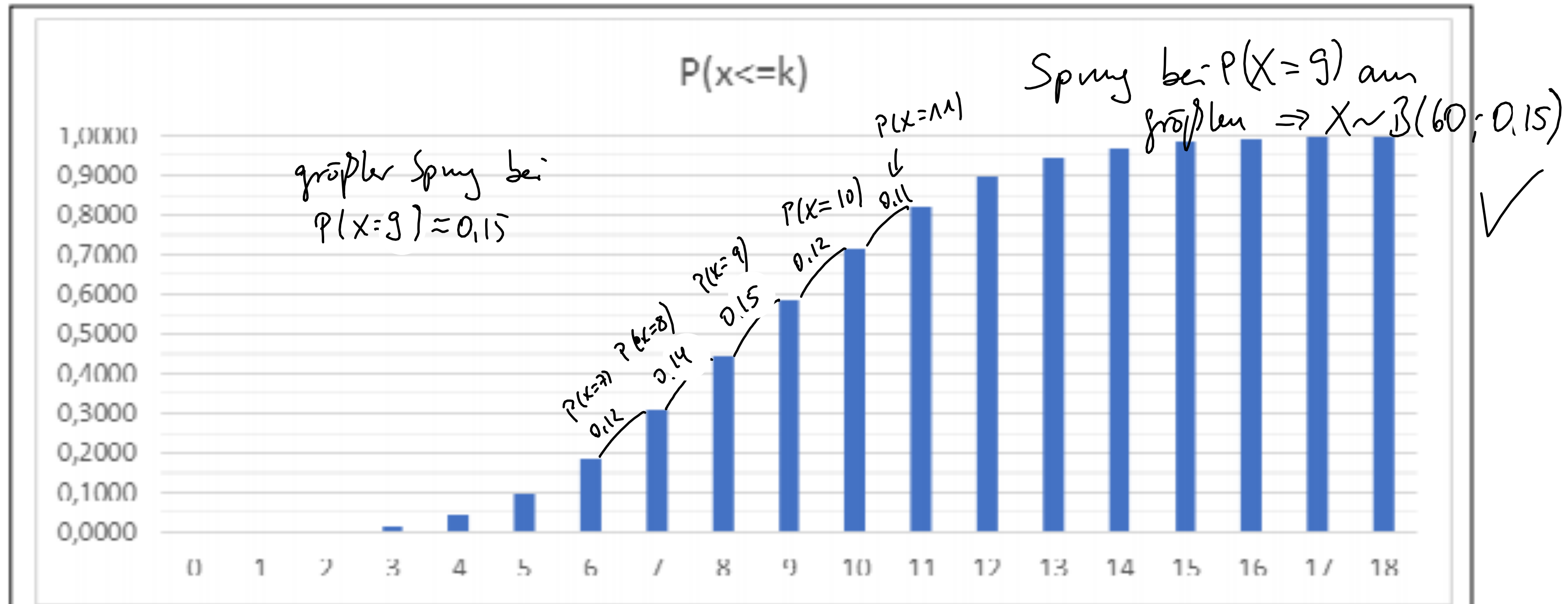
Für $p = 0{,}5$ sind die Differenzen (die „Sprünge") links und rechts vom größten Sprung gleich (symmetrisch).

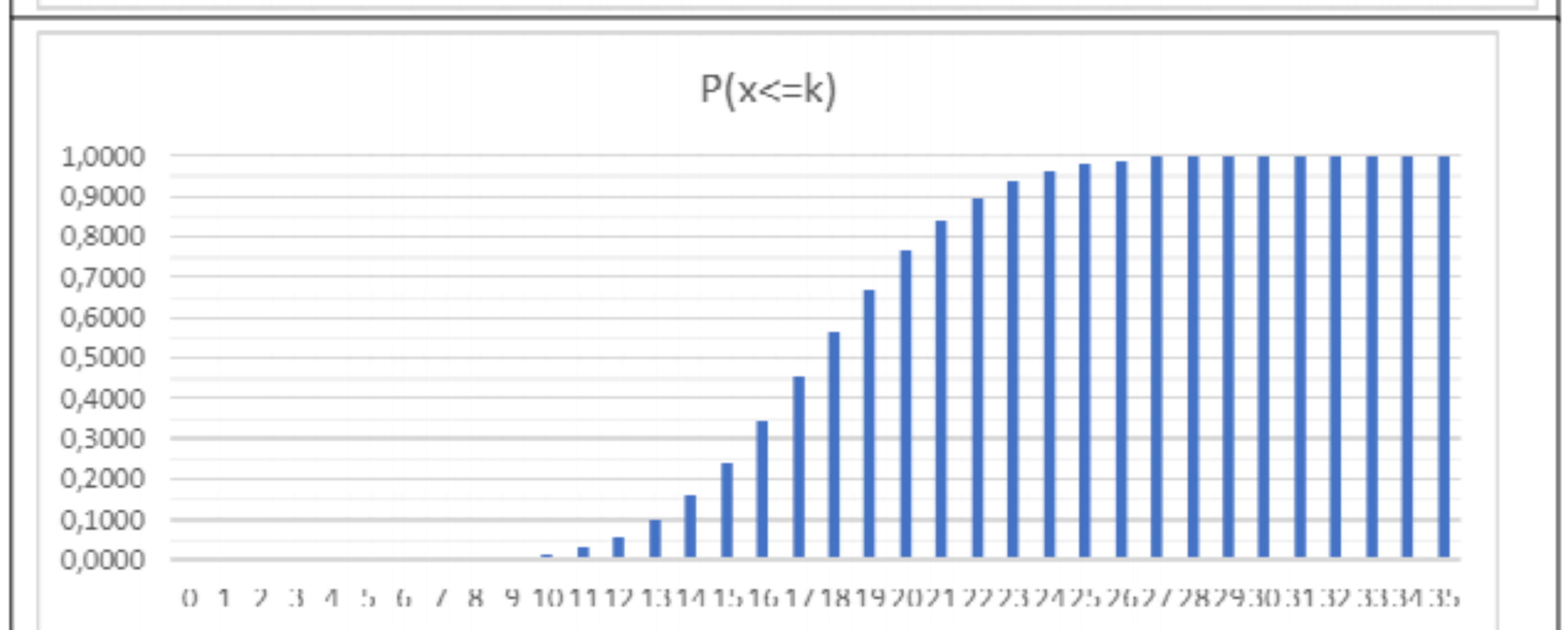
Aufgabe 2:

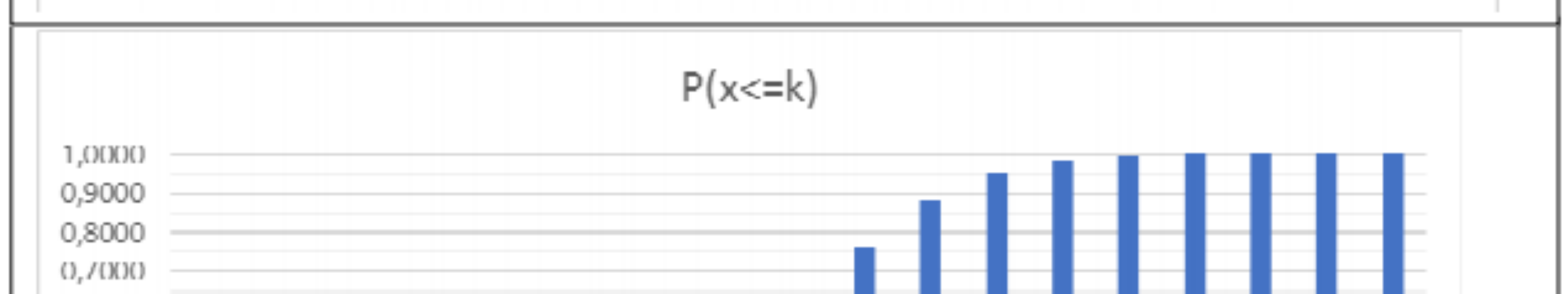
Bei der Produktion von Freisprechanlagen kommt es bei durchschnittlich 15% der Freisprechanlagen zu Problemen mit der elektronischen Steuerung. X ist die binomialverteilte Zufallsgröße, die die Anzahl problematischer Freisprechanlagen bei einer Tagesproduktion von 60 Freisprechanlagen angibt.

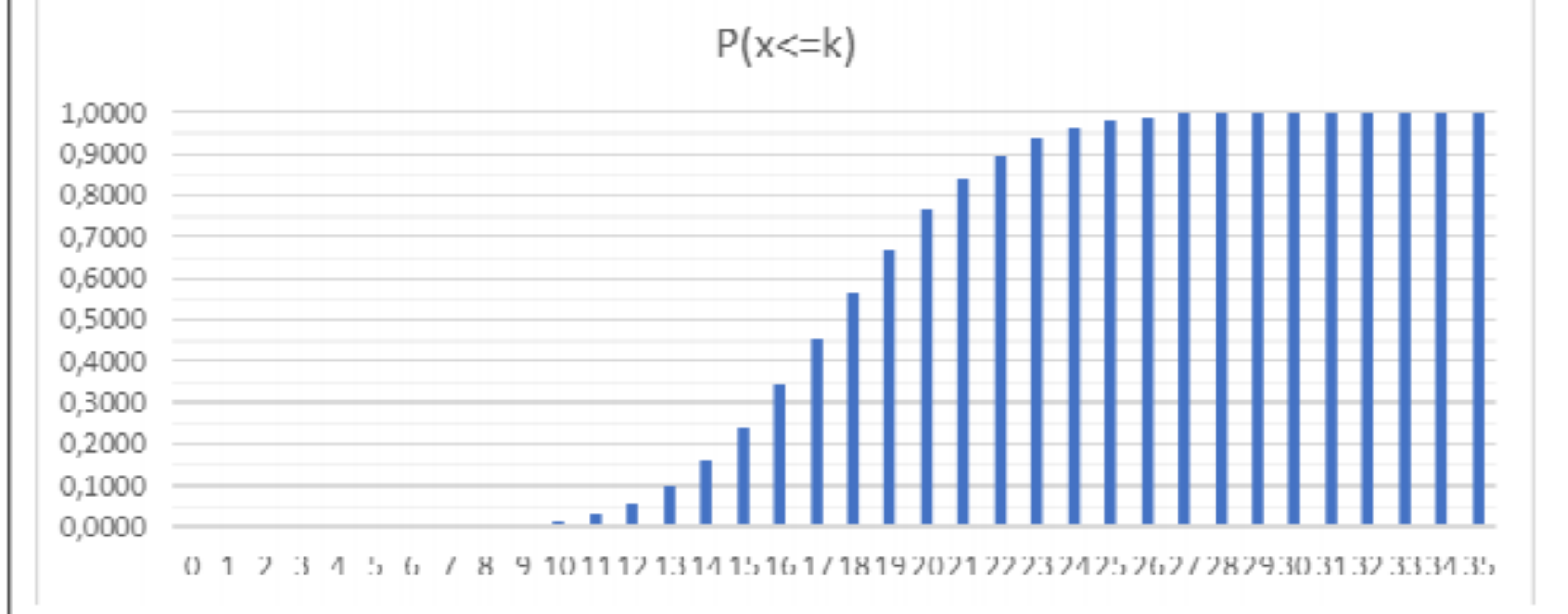
a) Prüfen Sie, welche der drei unten gezeigten Abbildungen die kumulierte Verteilung $P(X \leq k)$ darstellt.

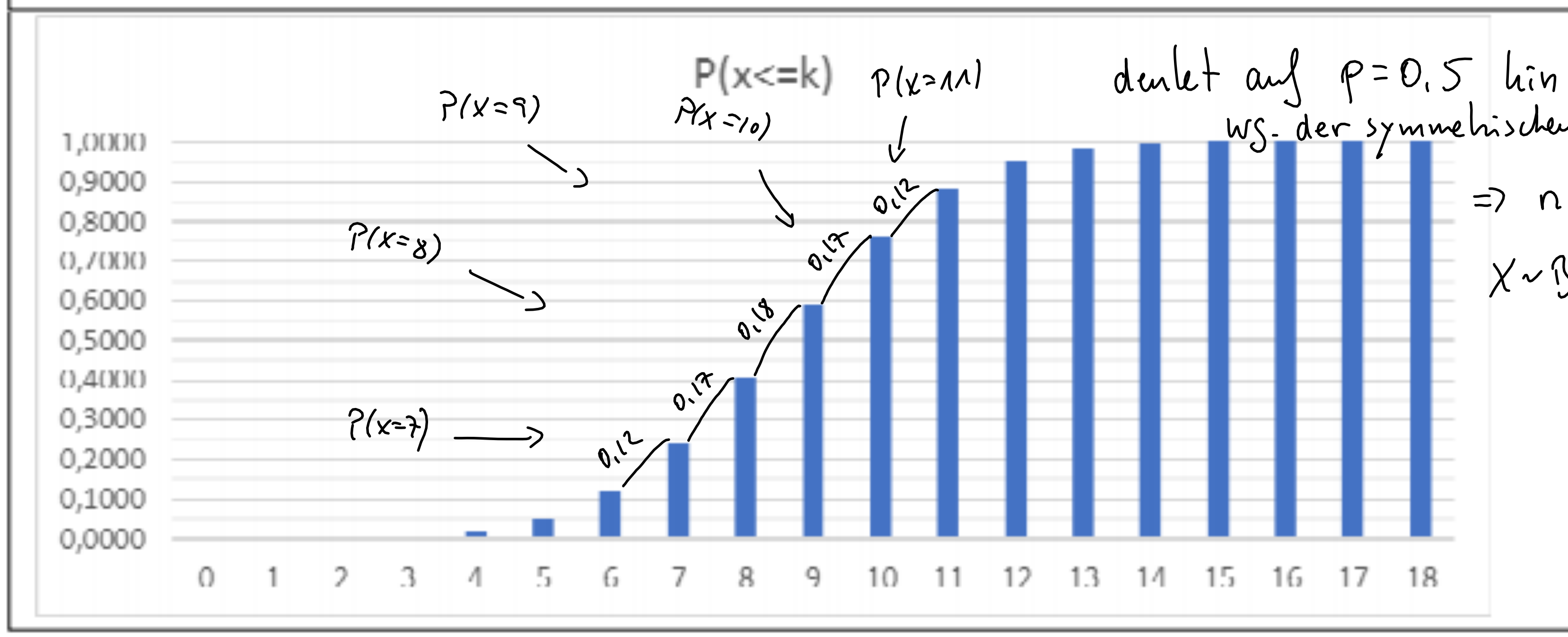
b) Bestimmen Sie mit Hilfe der von Ihnen ausgewählten Grafik näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl problematischer Freisprechanlagen um höchsten zwei vom Erwartungswert E(X) abweicht.











deutet auf $p=0{,}5$ hin
wg. der symmetrischen Sprünge

$\Rightarrow n = 18$

$X \sim B(18; 0{,}5)$