

### Aufgabe 1:

Durch Verbesserungen im Produktionsprozess geht die Cylenda AG davon aus, dass der Anteil fehlerhafter Chips von **vorher 4%** auf **unter 4%** gesunken ist. Die Geschäftsleitung möchte dies durch einen Signifikanztest mit einem Stichprobenumfang von 250 Chips auf einem Signifikanzniveau von **1%** überprüfen.

- Entwickeln Sie für den Test der Cylenda AG eine Entscheidungsregel.
- Es wird behauptet, dass die Qualitätssteigerung bereits dann nachgewiesen ist, wenn die Anzahl der als fehlerhaft erkannten Chips zwischen fünf und zehn liegt. Prüfen Sie diese Behauptung auf der Basis des durchgeführten Signifikanztests.

WGY13, MLK

16.09.2020

b) Wenn die Anzahl defekter Chips zwischen 5 und 10 ist, liegt das Ergebnis im Annahmereich A für H<sub>0</sub>. Die Behauptung ist falsch.

a) 1) ZV X: Anzahl fehlerhafter Chips

$$X \sim B(250; 0.04)$$

Nullhypothese H<sub>0</sub> : p = 0.04

← der „Normalfall“

2) Gegenhypothese H<sub>1</sub> : p < 0.04

← wird vermutet bzw. soll „nachgewiesen“ werden

↳ kleine Werte von X sprechen für die Gegenhypothese  
⇒ Linksseitiger Test ⇒  $\bar{A} = \{0, \dots, ?\}$

3) Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$

4) Annahme- und Ablehnungsbereich für H<sub>0</sub> festlegen : gesucht  $P(X \leq k) \leq 0.01$

Ausgehend vom Erwartungswert nach links sukzessive testen

↳ nächste Seite

$$\mu = 250 \cdot 0,04 = 10$$

→ 1. Versuch	$k = 9$	$P(X \leq 9) = 0,4553 > 0,01$	binom Cdf (250, 0.04, 0, 9)
→ 2. "	$k = 5$	$P(X \leq 5) = 0,063 > 0,01$	
→ 3. "	$k = 4$	$P(X \leq 4) = 0,0270 > 0,01$	
→ 4. "	$k = 3$	$P(X \leq 3) = 0,0093 < 0,01 \checkmark$	

Annahmebereich für  $H_0$  :  $A = \{4, \dots, 250\}$

Ablehnungsbereich für  $H_0$  :  $\bar{A} = \{0, \dots, 3\}$  ← ein Ergebnis aus diesem Bereich spricht für die Gegenhypothese  $H_1$

5) Entscheidungsregel : Wenn in der Stichprobe von 250 Stück mindestens 4 defekte Chips sind, dann wird weiter davon ausgegangen, dass die Nullhypothese  $p = 0,04$  gültig ist. Dann kann auf einem Signifikanzniveau von 1% nicht davon ausgegangen werden, dass die Fehlerwahrscheinlichkeit auf unter 4% gesunken ist. Bei 3 oder weniger defekten Chips in der Stichprobe wird  $H_0: p = 0,04$  abgelehnt oder verworfen und die Gegenhypothese  $H_1: p < 0,04$  als wahr angenommen. Die Irrtumswahrscheinlichkeit beträgt 0,93% (Fehler 1. Art).

## Aufgabe 2:

Das Unternehmen Kaffeeduft macht Werbung für einen besonders kräftigen Kaffee bei Kapseln der Sorte Grande. Die Verbraucherzentrale vermutet aber, dass in mehr als 10 % aller Kapseln weniger Kaffee enthalten ist als angegeben. In einer Kontrolle werden 200 Kapseln entnommen und ihr Inhalt wird gewogen. Die Vermutung der Verbraucherzentrale soll auf einem Signifikanzniveau von 5 % gezeigt werden. Leiten Sie hierzu eine Entscheidungsregel her.

1) ZV  $X$ : Anzahl Kapseln mit zu wenig Kaffee

$$X \sim B(200; 0,1)$$

$$H_0: p = 0,1$$

$$2) H_1: p > 0,1$$

→ rechtsseitiger Test

→ Ablehnungsbereich  $\bar{A} = \{k, \dots, 200\}$

$$3) \alpha = 0,05$$

4) Testen beginnend rechts vom Erwartungswert  $\mu = 20$

$$P(X \geq 25) = 0,1449 > 0,05$$

$$P(X \geq 26) = 0,1004 > 0,05$$

$$P(X \geq 27) = 0,0672 > 0,05$$

$$P(X \geq 28) = 0,0434 < 0,05 \quad \checkmark$$

binomcdf(200, 0,1, 25, 200)

Annahmehereich für  $H_0: A = \{0, \dots, 27\}$

Ablehnungsbereich für  $H_0: \bar{A} = \{28, \dots, 200\}$

↳ spricht für  $H_1$

5) Entscheidungsregel:

- höchstens 27 Kapseln mit zu wenig Kaffee:  $H_0: p = 0.1$  ist wahr
- mindestens 28 " " " " :  $H_0$  wird abgelehnt

$H_1: p > 0.1$  als wahr angenommen

Fehler 1. Art (Irrtumswahrscheinlichkeit)

$$\hookrightarrow 4.34\% = P(X \geq 28)$$