bestimmen.

<u>Ich kann im Teil B</u>

- im Sachzusammenhang einer Aufgabe erläutern, warum eine bestimmte Zufallsvariable binomialverteilt ist und die Begriffe Bernoulli-Versuch und Bernoulli-Kette erläutern. ✓
- die Verteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen in mathematisch korrekter Darstellung angeben.
- für binomialverteilte Zufallsvariable Wahrscheinlichkeiten ermitteln (mit binomCdf und binomPdf und mit der Formel von Bernoulli).
- mit den Begriffen Erwartungswert und Standardabweichungen Wahrscheinlichkeiten ermitteln.
- die Sigma-Regeln anwenden.
- Intervalle bestimmen, in der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit die Anzahl der Treffer liegen.
- ein vollständiges Baumdiagramm anfertigen.
- bedingte Wahrscheinlichkeiten erklären und mit Hilfe des Satz von Bayes oder eines inversen Baumdiagramms berechnen. ✓
- eine Vierfeldertafel ausfüllen und damit Wahrscheinlichkeiten ermitteln. ✓
- den Begriff der stochastischen (Un)abhängigkeit erklären und für zwei Ereignisse überprüfen. ✓
- einen einseitigen Signifikanztest durchführen und eine Entscheidungsregel herleiten.
- Aussagen im Zusammenhang mit Signifikanztests erläutern und beurteilen.
- die Anzahl der mindestens notwendigen Bernoulli-Versuche bestimmen, um eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zu erreichen.
- im Zusammenhang einer binomialverteilten Zufallsvariable mit μ und σ den Stichprobenumfang n ermitteln. ✓
- bei allen Aufgabentypen auch mit Parametern rechnen und diese bestimmen. ✓

Aufgabe 2

WGY13.MLK
17.09.2020

Ein online Magazin untersucht die Beliebtheit von Streaming-Diensten. Insbesondere geht es um die Dienste „Netflix" (N) und „Amazon Prime (A). Zur Ermittlung der Beliebtheit sind die Kunden verschiedener Elektronikmärkte befragt worden. Hierbei konnten sie zu den beiden Straming-Diensten jeweils angeben, ob sie diese nutzen oder nicht. 60 % der Kunden nutzen Netflix, 70 % nutzen Amazon Prime, 12 % nutzen keinen der beiden Streaming-Dienste.

2.1 Stellen Sie die Zusammenhänge in einer Vierfeldertafel dar.

	N	$\bar{N}$	
A	① 0,42	② 0,28	⑦ 0,70
$\bar{A}$	③ 0,18	④ 0,12	⑧ 0,30
	⑤ 0,60	⑥ 0,40	$P(\Omega) = 1$

2.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kunde nur einen der beiden Streaming-Dienste nutzt. $P(A \cap \bar{N}) + P(\bar{A} \cap N) = 0{,}28 + 0{,}18 = 0{,}46$

2.3 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde der Netflix nutzt, Amazon Prime nicht nutzt.

2.4 Überprüfen Sie, ob die Ereignisse N und A stochastisch abhängig sind.

① $P(A \cap N)$
↳ W., dass ein Kunde Amazon und Netflix nutzt.

② $P(A \cap \bar{N})$
↳ W., dass Kunde Amazon nutzt, aber nicht Netflix

③ $P(\bar{A} \cap N)$
↳ W., dass Kunde Netflix nutzt, aber nicht Amazon

④ $P(\bar{A} \cap \bar{N})$
↳ W., dass Kunde weder Amazon noch Netflix nutzt.

⑤ $P(N) = P(A \cap N) + P(\bar{A} \cap N)$
↳ W., dass Kunde Netflix nutzt

⑥ $P(\bar{N}) = P(\bar{N} \cap A) + P(N \cap \bar{A})$
↳ W., dass Kunde kein Netflix nutzt

⑦ $P(A) = P(A \cap N) + P(A \cap \bar{N})$

⑧ $P(\bar{A}) = P(\bar{A} \cap N) + P(\bar{A} \cap \bar{N})$

Aufgabe 3

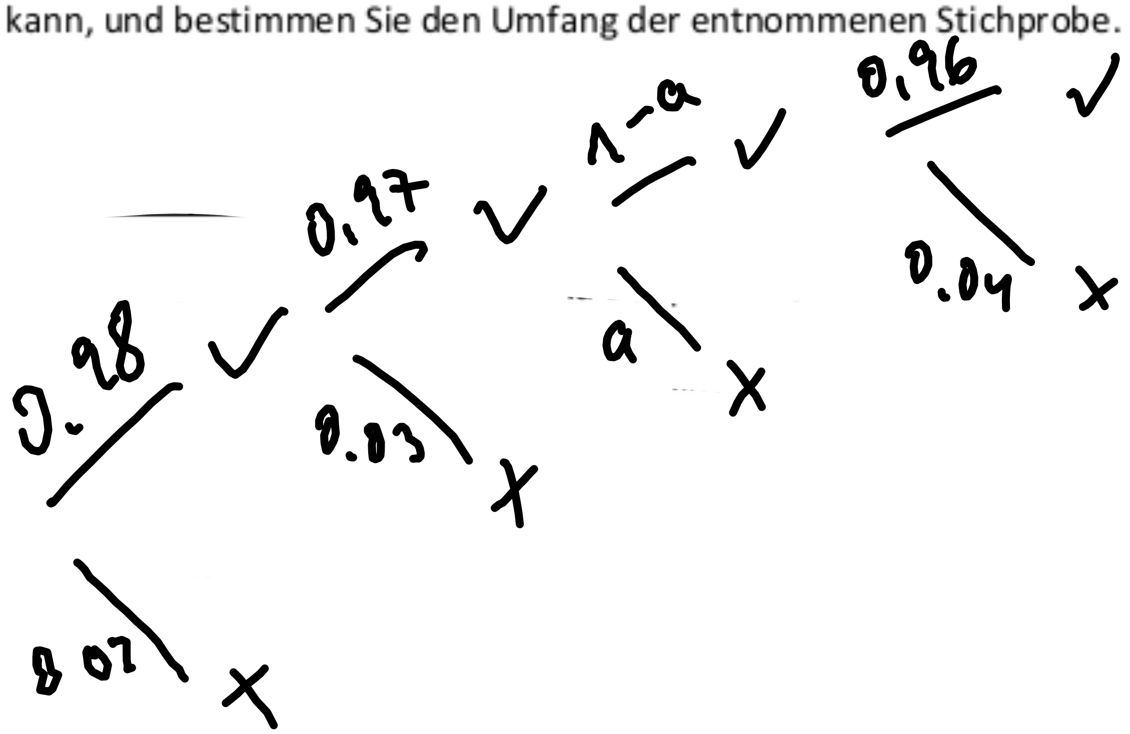
In einem Produktionsbetrieb werden die Produkte in vier Arbeitsschritten produziert. Dabei treten unabhängig voneinander Fehler mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten auf. Die dazugehörigen Zufallsvariablen werden als binomialverteilt angenommen.

	Schritt 1	Schritt 2	Schritt 3	Schritt 4
Fehlerwahrscheinlichkeit	0,02	0,03	a	0,04

3.1 Die Fehlerwahrscheinlichkeit im Schritt 3 kann bisher lediglich mit einem Parameter a angegeben werden, da genauere Analysen noch ausstehen. In der kommenden Produktionsperiode sollen mindestens 90 % der produzierten Produkte komplett fehlerfrei in den Verkauf gehen. Wie hoch darf die Fehlerwahrscheinlichkeit in Schritt 3 dann höchstens sein?

3.2 Eine Stichprobe der Produkte wird auf Fehler aus Schritt 4 untersucht. Die Zufallsvariable X steht für die Anzahl der fehlerhaften Produkte in dieser Stichprobe. Die Standardabweichung beträgt $\sigma \approx 3,92$.

Begründen Sie aus dem Sachzusammenhang, dass X als binomialverteilt angesehen werden kann, und bestimmen Sie den Umfang der entnommenen Stichprobe.



$P(\checkmark\checkmark\checkmark\checkmark) = 0{,}98 \cdot 0{,}97 \cdot (1-a) \cdot 0{,}96 \geq 0{,}90$

$\Leftrightarrow a \leq 0{,}01378$

solve$(0{,}98 \cdot 0{,}97 \cdot (1-a) \cdot 0{,}96 \geq 0{,}9, a)$

Die Fehlerquote in Schritt 3 darf maximal 1,378 % betragen.

Aufgabe 13: Buch Seite 415 Nr. 23

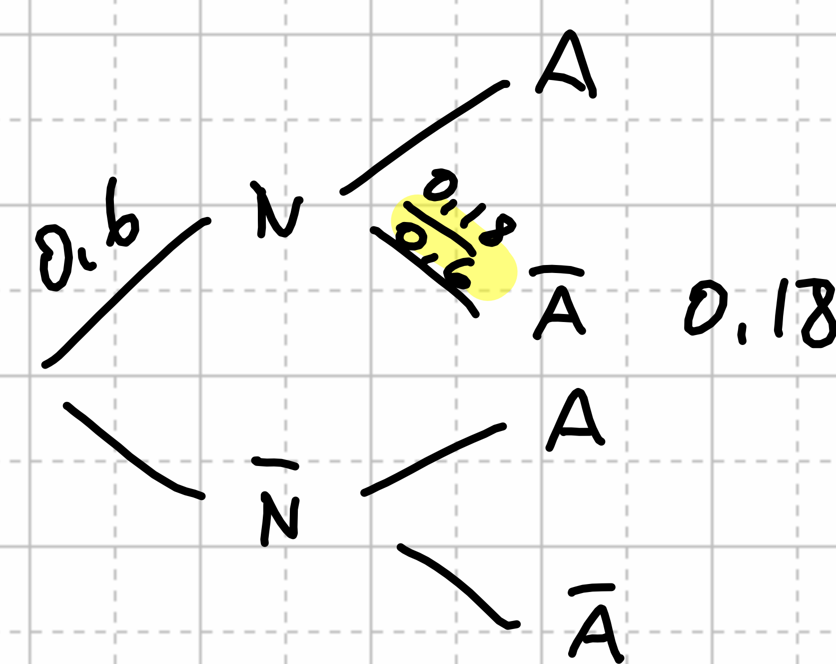
Aufgabe 2.3

Satz von Bayes (zur Berechnung von bedingten W.)

gesucht: $P(\bar{A} \mid N) = \frac{P(\bar{A} \cap N)}{P(N)} = \frac{0{,}18}{0{,}60} = 0{,}30$

↳ Die W., dass jemand, der Netflix nutzt (N), kein Amazon nutzt

im Baumdiagramm:



2.4 Zwei Ereignisse (hier N und A) sind stochastisch unabhängig, wenn $P(A \cap N) = P(A) \cdot P(N)$

$0{,}42 = 0{,}7 \cdot 0{,}6$ ✓ ⇒ Sie sind stochastisch unabhängig!

Aufgabe 3

In einem Produktionsbetrieb werden die Produkte in vier Arbeitsschritten produziert. Dabei treten unabhängig voneinander Fehler mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten auf. Die dazugehörigen Zufallsvariablen werden als binomialverteilt angenommen.

	Schritt 1	Schritt 2	Schritt 3	Schritt 4
Fehlerwahrscheinlichkeit	0,02	0,03	a	0,04

3.1 Die Fehlerwahrscheinlichkeit im Schritt 3 kann bisher lediglich mit einem Parameter a angegeben werden, da genauere Analysen noch ausstehen. In der kommenden Produktionsperiode sollen mindestens 90 % der produzierten Produkte komplett fehlerfrei in den Verkauf gehen. Wie hoch darf die Fehlerwahrscheinlichkeit in Schritt 3 dann höchsten sein?

3.2 Eine Stichprobe der Produkte wird auf Fehler aus Schritt 4 untersucht. Die Zufallsvariable X steht für die Anzahl der fehlerhaften Produkte in dieser Stichprobe. Die Standardabweichung beträgt $\sigma \approx 3{,}92$.

Begründen Sie aus dem Sachzusammenhang, dass X als binomialverteilt angesehen werden kann, und bestimmen Sie den Umfang der entnommenen Stichprobe.

Es gilt $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Ansatz: $3{,}92 = \sqrt{n \cdot 0{,}04 \cdot (1-0{,}04)}$

$\Leftrightarrow \quad n = 400{,}167$

mit solve$\left(3{,}92 = \sqrt{n \cdot 0{,}04 \cdot (1-0{,}04)}, n\right)$

Der Stichprobenumfang beträgt $n = 400$.

3.2 Binomialverteilung einer Zufallsgröße liegt vor, wenn

→ es sich um Bernoulli-Versuche handelt (nur 2 Ausgänge)

✓ : Fehler oder kein Fehler

→ Trefferwahrscheinlichkeit immer gleich bei wiederholter Durchführung von Bernoulli-Versuchen

✓ : immer 4 % Fehlerwahrscheinlichkeit

↳ Bernoulli-Kette

→ die einzelnen Versuche sind voneinander unabhängig

✓: liegt hier vor

Aufgabe 13: Buch Seite 415 Nr. 23