

Ich kann im Teil A ohne Hilfsmittel

- ein vollständiges Baumdiagramm anfertigen und mit einfachen Multiplikationen von Brüchen Wahrscheinlichkeiten ausrechnen.
- einfache lineare Gleichungen mit einer Variablen lösen.
- graphische Darstellungen von Binomialverteilungen (einfach und kumuliert) verstehen und Wahrscheinlichkeiten ermitteln durch Ablesen der Säulenhöhen bzw. durch Addition oder Subtraktion von Säulenhöhen.
- die Formel von Bernoulli im Sachzusammenhang erstellen bzw. verstehen und interpretieren.
- einfache Erwartungswerte und Standardabweichungen binomialverteilter Zufallsvariablen bestimmen.

Ich kann im Teil B

- im Sachzusammenhang einer Aufgabe erläutern, warum eine bestimmte Zufallsvariable binomialverteilt ist und die Begriffe Bernoulli-Versuch und Bernoulli-Kette erläutern.
- die Verteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen in mathematisch korrekter Darstellung angeben.
- für binomialverteilte Zufallsvariable Wahrscheinlichkeiten ermitteln (mit `binomCdf` und `binomPdf` und mit der Formel von Bernoulli).
- mit den Begriffen Erwartungswert und Standardabweichungen Wahrscheinlichkeiten ermitteln.
- die Sigma-Regeln anwenden.
- Intervalle bestimmen, in der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit die Anzahl der Treffer liegen.
- ein vollständiges Baumdiagramm anfertigen.
- bedingte Wahrscheinlichkeiten erklären und mit Hilfe des Satz von Bayes oder eines inversen Baumdiagramms berechnen.
- eine Vierfeldertafel ausfüllen und damit Wahrscheinlichkeiten ermitteln.
- den Begriff der stochastischen (Un)abhängigkeit erklären und für zwei Ereignisse überprüfen.
- einen einseitigen Signifikanztest durchführen und eine Entscheidungsregel herleiten.
- Aussagen im Zusammenhang mit Signifikanztests erläutern und beurteilen.
- die Anzahl der mindestens notwendigen Bernoulli-Versuche bestimmen, um eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zu erreichen.
- im Zusammenhang einer binomialverteilten Zufallsvariable mit μ und σ den Stichprobenumfang n ermitteln.
- bei allen Aufgabentypen auch mit Parametern rechnen und diese bestimmen.

Aufgabe 1

Das Unternehmen Miss Marble liefert empfindliche Glasware innerhalb Deutschlands an den Einzelhandel. Beim Transport kommt es oftmals zu Schäden. Der Transport der Glasware wird von drei Unternehmen durchgeführt: ALKW und Brummie sind auf den Glastransport mit Lastwagen spezialisiert, CRail transportiert die Glasware über das Schienennetz.

1.1 Es sind folgende Durchschnittswerte bekannt: 25% der Glasteile werden von ALKW transportiert, 35% von Brummie und 40% von CRail. Den Unterlagen der Geschäftsführung zufolge gehen 4% der von ALKW transportierten Glasteile zu Bruch, bei Brummie sind es 3% und bei CRail nur 2%.

1.1.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem vollständigen Baumdiagramm dar.

1.1.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

A: Ein Glasteil wird von Brummie transportiert und geht dabei zu Bruch.

B: Ein Glasteil wird unversehrt transportiert.

C: Ein zerbrochenes Glasteil wurde von CRail transportiert. → nächste Seite

$$P(A) = P(B \cap x) = 0.0105$$

$$\begin{aligned}
 P(B) &= P(A \cap v) + P(B \cap v) + P(C \cap v) \\
 &= 0.24 + 0.3395 + 0.392 \\
 &= 0.9715 \\
 &\text{(2. Pfadregel)}
 \end{aligned}$$

WGY13, MLK
21.09.20

A: ALKW B: Brummie
C: CRail ✓: Glas ok
x: Glas kaputt

0,25	A	0,96	✓	$P(A \cap v) = 0.25 \cdot 0,96 = 0,24$
0,35	B	0,97	✓	$P(B \cap v) = 0,3395$
0,40	C	0,98	✓	$P(C \cap v) = 0,392$
		0,04	x	$P(A \cap x) = 0,01$
		0,03	x	$P(B \cap x) = 0,0105$
		0,02	x	$P(C \cap x) = 0,008$

☐ : • Legende

- alle Pfade (hier 6)
- alle Pfadwahrscheinlichkeiten
- alle Pfadendwahrscheinlichkeiten

↳ mit 1. Pfadregel

Aufgabe 1

Das Unternehmen Miss Marble liefert empfindliche Glasware innerhalb Deutschlands an den Einzelhandel. Beim Transport kommt es oftmals zu Schäden. Der Transport der Glasware wird von drei Unternehmen durchgeführt: ALKW und Brummie sind auf den Glastransport mit Lastwagen spezialisiert, CRail transportiert die Glasware über das Schienennetz.

1.1 Es sind folgende Durchschnittswerte bekannt: 25% der Glasteile werden von ALKW transportiert, 35% von Brummie und 40% von CRail. Den Unterlagen der Geschäftsführung zufolge gehen 4% der von ALKW transportierten Glasteile zu Bruch, bei Brummie sind es 3% und bei CRail nur 2%.

1.1.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem vollständigen Baumdiagramm dar.

1.1.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

A: Ein Glasteil wird von Brummie transportiert und geht dabei zu Bruch.

B: Ein Glasteil wird unversehrt transportiert.

C: Ein zerbrochenes Glasteil wurde von CRail transportiert.

1.2 Die Geschäftsführung hat reagiert und eine geänderte Einzelverpackung für die Glasteile in Auftrag gegeben. Dadurch wird erreicht, dass keine Transportschäden mehr auftreten. Allerdings werden die Glasteile beim Verpacken mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% beschädigt. Es werden 1200 Glasteile verpackt und auf Schäden untersucht.

1.2.1 Erläutern Sie, warum hierbei von einer binomialverteilten Zufallsvariable ausgegangen werden kann.

Bedingte
W.

→ 1. Möglichkeit: Inverses Baumdiagramm

$P(X)$

0.9715 ✓

0.0285 X

A

B

0.2807
 $= \frac{0.008}{0.0285}$

C $P(C \cap X) = 0.008$

→ 2. Möglichkeit: Satz von Bayes

$$P(C|X) = \frac{P(C \cap X)}{P(X)} = \frac{0.008}{0.0285} = 0.2807$$

↳ Die bedingte W., dass ein zerbrochenes Glasteil von CRail transportiert wurde.

1.2 Die Geschäftsführung hat reagiert und eine geänderte Einzelverpackung für die Glasteile in Auftrag gegeben. Dadurch wird erreicht, dass keine Transportschäden mehr auftreten. Allerdings werden die Glasteile beim Verpacken mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% beschädigt. Es werden 1200 Glasteile verpackt und auf Schäden untersucht.

1.2.1 Erläutern Sie, warum hierbei von einer binomialverteilten Zufallsvariable ausgegangen werden kann.

↳ Bernoulli-Versuch mit genau 2 Ausgängen
Verpackungsschaden oder nicht

↳ Trefferw. bei wiederholter Durchführung
einer Bernoulli-Versuchs immer gleich (hier 2%)
→ Bernoulli-Kette

↳ die einzelnen Bernoulli-Versuche der Kette
sind voneinander unabhängig

1.2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Es sind mehr als 25 Glasteile beschädigt.

B: Es sind höchstens 20 Glasteile beschädigt.

C: Es sind genau 24 Glasteile beschädigt.

D: Es sind mindestens 1150 Glasteile unbeschädigt.

E: Es sind mehr als 22 und weniger als 28 Glasteile beschädigt.

F: Die Anzahl der beschädigten Glasteile liegt im Intervall $[\mu - 2 \cdot \sigma; \mu + 2 \cdot \sigma]$.

1.2.3 Bestimmen Sie ein zum Erwartungswert symmetrisches Intervall, in den die Anzahl der beschädigten Glasteile mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 75% liegt.

1.3 Ein Vertreter der CRail behauptet, dass ein Glasteil mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 2% beim Verpacken zu Bruch geht.

1.3.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für die CRail auf einem Signifikanzniveau von 10% her, wenn 500 für den Transport verpackte Glaswaren untersucht werden.

1.3.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei mindestens 15 defekten Glasteilen irrt CRail nur zu maximal 10%, wenn sie behauptet, dass die Defektwahrscheinlichkeit über 2% liegt.

1.4 Im Gegensatz zu CRail will Miss Marble nachweisen, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt und testet ebenfalls 500 Glaswaren.

1.4.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für Miss Marble auf einem Signifikanzniveau von 10% her.

1.4.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei höchstens 11 defekten Glasteilen ist Miss Marble sich auf 10% Signifikanzniveau sicher, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt.

1.5 Im Folgenden ist von einer Defektwahrscheinlichkeit von 2% auszugehen.

1.5.1 Ermitteln Sie die Anzahl an Glasteilen, die untersucht werden müssen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 3 defekte Glasteile darunter befinden.

1.5.2 Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 5 defekte Glasteile zu finden, müssen ca. 398 Glasteile untersucht werden. Überprüfen Sie folgende Aussage: „Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens doppelt so viele defekte Glasteile zu finden, also mindestens 10, muss die zu entnehmende Stichprobe verdoppelt werden.“

ZV X : Anzahl beschädigter Glasteile

$$X \sim \mathcal{B}(1200, 0.02)$$

$$P(A) = P(X > 25) = 0.3673$$

$$\text{binomcdf}(1200, 0.02, 26, 1200)$$

$$P(B) = P(X \leq 20) = 0.2401$$

$$\dots (0, 20)$$

$$P(C) = P(X = 24) = 0.082$$

$$\text{binomcdf}(1200, 0.02, 24, 24)$$

$$\text{oder Binom Pdf}(1200, 0.02, 24)$$

$$\text{oder Formel von Bernoulli}$$

$$P(X = 24) = \binom{1200}{24} \cdot 0.02^{24} \cdot 0.98^{1176}$$