1.2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Es sind mehr als 25 Glasteile beschädigt.
B: Es sind höchstens 20 Glasteile beschädigt.
C: Es sind genau 24 Glasteile beschädigt.
D: Es sind mindestens 1150 Glasteile unbeschädigt.
E: Es sind mehr als 22 und weniger als 28 Glasteile beschädigt.
F: Die Anzahl der beschädigten Glasteile liegt im Intervall $[\mu - 2\cdot\sigma; \mu + 2\cdot\sigma]$.

1.2.3 Bestimmen Sie ein zum Erwartungswert symmetrisches Intervall, in den die Anzahl der beschädigten Glasteile mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 75% liegt.

ZV X: Anzahl beschädigter Glasteile

$X \sim B(1200, 0.02)$

$P(A) = P(X > 25) = 0.3673$

binomCdf(1200, 0.02, 26, 1200)

$P(B) = P(X \leq 20) = 0.2401$

... (0, 20)

$P(C) = P(X = 24) = 0.082$

binomCdf(1200, 0.02, 24, 24)

oder binomPdf(1200, 0.02, 24)

oder Formel von Bernoulli

$P(X=24) = \binom{1200}{24} \cdot 0.02^{24} \cdot 0.98^{1176}$

$P(D) = P(X \leq 50) = 0{,}9999 \approx 1$

$P(E) = P(23 \leq X \leq 27) = 0{,}3796$

... (... , 23, 27)

$\mu = n \cdot p = 1200 \cdot 0.02 = 24$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{1200 \cdot 0.02 \cdot 0.98}$

$= 4{,}85$

$2 \cdot \sigma = 9{,}7$

$\mu + 2\sigma = 24 + 9{,}7 = 33{,}7 \rightarrow 33$ Auf-

$\mu - 2\sigma = 24 - 9{,}7 = 14{,}3 \rightarrow 15$ passen

$P(F) = P(15 \leq X \leq 33) = 0{,}9511$

↳ Verweis auf σ-Regeln möglich

Buch S. 463

1.2.3 Bestimmen Sie ein zum Erwartungswert symmetrisches Intervall, in den die Anzahl der beschädigten Glasteile mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 75% liegt.

1.3 Ein Vertreter der CRail behauptet, dass ein Glasteil mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 2% beim Verpacken zu Bruch geht.

1.3.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für die CRail auf einem Signifikanzniveau von 10% her, wenn 500 für den Transport verpackte Glaswaren untersucht werden.

1.3.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei mindestens 15 defekten Glasteilen irrt CRail nur zu maximal 10%, wenn sie behauptet, dass die Defektwahrscheinlichkeit über 2% liegt.

1.4 Im Gegensatz zu CRail will Miss Marble nachweisen, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt und testet ebenfalls 500 Glaswaren.

1.4.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für Miss Marble auf einem Signifikanzniveau von 10% her.

1.4.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei höchstens 11 defekten Glasteilen ist Miss Marble sich auf 10% Signifikanzniveau sicher, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt.

1.5 Im Folgenden ist von einer Defektwahrscheinlichkeit von 2% auszugehen.

1.5.1 Ermitteln Sie die Anzahl an Glasteilen, die untersucht werden müssen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 3 defekte Glasteile darunter befinden.

1.5.2 Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 5 defekte Glasteile zu finden, müssen ca. 398 Glasteile untersucht werden. Überprüfen Sie folgende Aussage: „Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens doppelt so viele defekte Glasteile zu finden, also mindestens 10, muss die zu entnehmende Stichprobe verdoppelt werden.

→ Durch Ausprobieren

$P(20 \leq X \leq 28) = 0{,}647$

$\mu \pm 4$

$P(19 \leq X \leq 29) = 0{,}744 \approx 0{,}75$

$P(18 \leq X \leq 30) = 0{,}82$

Das gesuchte Intervall ist von mindes-~~tens~~ tens 19 bis höchstens 29 beschädigter Glasteile.

$\mu = 24 \rightarrow \mu + 4 = 28$, $\mu - 4 = 20$

$\mu = 24 \rightarrow \mu + 5 = 29$, $\mu - 5 = 19$

1.3 Ein Vertreter der CRail behauptet, dass ein Glasteil mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 2% beim Verpacken zu Bruch geht.

1.3.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für die CRail auf einem Signifikanzniveau von 10% her, wenn 500 für den Transport verpackte Glaswaren untersucht werden.

1.3.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei mindestens 15 defekten Glasteilen irrt CRail nur zu maximal 10%, wenn sie behauptet, dass die Defektwahrscheinlichkeit über 2% liegt.

1.4 Im Gegensatz zu CRail will Miss Marble nachweisen, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt und testet ebenfalls 500 Glaswaren.

1.4.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für Miss Marble auf einem Signifikanzniveau von 10% her.

1.4.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei höchstens 11 defekten Glasteilen ist Miss Marble sich auf 10% Signifikanzniveau sicher, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt.

1.5 Im Folgenden ist von einer Defektwahrscheinlichkeit von 2% auszugehen.

1.5.1 Ermitteln Sie die Anzahl an Glasteilen, die untersucht werden müssen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 3 defekte Glasteile darunter befinden.

1.5.2 Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 5 defekte Glasteile zu finden, müssen ca. 398 Glasteile untersucht werden. Überprüfen Sie folgende Aussage: „Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens doppelt so viele defekte Glasteile zu finden, also mindestens 10, muss die zu entnehmende Stichprobe verdoppelt werden.

1) Nullhypothese H_0: $p = 0.02$

2) Gegenhypothese H_1: $p > 0.02$

↳ Vermutung, Behauptung, die signifikant nachgewiesen werden soll

→ rechtsseitiges Test

3) Signifikanzniveau $\alpha \leq 0.1$

4) Annahme- und Ablehnungsbereich für H_0

A	$\bar{A}$
0 ... k	k+1 ... 500

$\underbrace{k+1 \quad 500}_{P(X \geq k+1) \leq 0.1}$

$\mu = 500 \cdot 0.02 = 10$

ausgehend von $\mu = 10$ nach rechts Testen

$P(X \geq 13) = 0{,}21 > 0.1$

binomcdf(500, 0.02, 13, 500)

$P(X \geq 15) = 0.0814 < 0.1$

$P(X \geq 14) = 0.133 > 0.1$

Annahmebereich für H_0: $A = \{0, \dots, 14\}$

Ablehnungsbereich für H_0: $\bar{A} = \{15, \dots, 500\}$

↳ spricht für H_1

1.3.1 5) Entscheidungsregel

Sind in der Stichprobe von 500 Glasteilen mindestens 15 Stück beschädigt, so wird die Nullhypothese $p = 0.02$ verworfen und die Gegenhypothese $p > 0.02$ als wahr angenommen.

Die Irrtumswahrscheinlichkeit liegt bei 8.14 % ($= P(X \geq 15)$), das ist das Risiko, dass bei einer tatsächlichen Fehlerquote von $p = 0.02$ die Anzahl der beschädigten Glasteile mindestens 15 beträgt.

1.3.2 Die Aussage stimmt, da die Irrtumsw. nur bei 8.14 % liegt und damit unter 10 %.

1.4 Im Gegensatz zu CRail will Miss Marble nachweisen, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt und testet ebenfalls 500 Glaswaren.

1.4.1 Leiten Sie im Rahmen eines Signifikanztests eine Entscheidungsregel für Miss Marble auf einem Signifikanzniveau von 10% her.

1.4.2 Entscheiden Sie begründet, ob folgende Aussage zutrifft: Bei höchstens 11 defekten Glasteilen ist Miss Marble sich auf 10% Signifikanzniveau sicher, dass die Defektwahrscheinlichkeit unter 3% liegt.

$P(X \leq 11) = 0.18$

↳ Aussage stimmt nicht. Das Signifikanzniveau liegt bei 18 %, wenn $\bar{A} = \{0, \ldots, 11\}$ statt bei 6,7 %, wenn $\bar{A} = \{0, \ldots, 9\}$

1) $H_0: p = 0.03$

2) $H_1: p < 0.03$ → Linksseitig

3) $\alpha = 0.1$

4)

$\bar{A}$	A
$0, \ldots, k$	$k+1, \ldots, 500$

$P(X \leq k) < 0.1$

$500 \cdot 0.03$ ↓ von $\mu = 15$ nach links

$P(X \leq 10) = 0.115 > 0.1$

$P(X \leq 9) = 0.067 < 0.1$

$A = \{10, \ldots, 500\}$

$\bar{A} = \{0, \ldots, 9\}$

5) Regel: höchstens 9 beschädigte, dann wird $H_1: p < 0.03$ als wahr angenommen.

Irrtumsw.: 6.7 %

1.5 Im Folgenden ist von einer Defektwahrscheinlichkeit von 2% auszugehen.

1.5.1 Ermitteln Sie die Anzahl an Glasteilen, die untersucht werden müssen, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 3 defekte Glasteile darunter befinden.

1.5.2 Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens 5 defekte Glasteile zu finden, müssen ca. 398 Glasteile untersucht werden. Überprüfen Sie folgende Aussage: „Um mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90% mindestens doppelt so viele defekte Glasteile zu finden, also mindestens 10, muss die zu entnehmende Stichprobe verdoppelt werden.

HA ZVX $X \sim B(398, 0.02)$

$P(X \geq 5) \approx 0.90$

Behauptung: $X \sim B(796, 0.02)$

$P(X \geq 10) \approx 0.90$

ZV X: Anz. besch. Glasteile

$X \sim B(n, 0.02)$ n gesucht

Ansatz: $P(X \geq 3) \geq 0.9$

binomCdf(n, 0.02, 3, n) | n = 200

$n = 200 \rightarrow 0{,}76 < 0.9$

$n = 250 \rightarrow 0{,}88 < 0.9$

$n = 260 \rightarrow 0{,}89 < 0.9$

⋮

$n = 265 \rightarrow 0.901 > 0.9$

Man müsste 265 Glasteile testen, damit die W. für mindestens 3 defekte bei 90% liegt.