Beachte:

1. Beim Multiplizieren von zwei Matrizen muss die **Spaltenzahl der linken Matrix** mit der **Zeilenzahl der rechten Matrix** übereinstimmen.
2. Daraus folgt, dass die Matrizenmultiplikation nicht kommutativ ist. Das bedeutet, man kann die Reihenfolge, anders als bei Zahlen, nicht vertauschen.
   Bsp.: $3 \cdot 4 = 12$ und $4 \cdot 3 = 12$ aber $A \cdot B \neq B \cdot A$ (wenn A eine 3x4-Matrix ist und B eine 4x3-Matrix, dann ist $A \cdot B$ eine 3x3-Matrix, aber $B \cdot A$ eine 4x4-Matrix)

Besondere Matrizen

Matrizen, bei denen die Zeilenzahl gleich der Spaltenzahl ist, nennt man **quadratische Matrizen**.

Bsp.: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} oder\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 4 & 2 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Quadratische Matrizen, bei denen auf der Hauptdiagonalen (von links oben nach rechts unten) nur 1 stehen und die restlichen Elemente 0 sind, nennt man **Einheitsmatrizen**. Sie werden allgemein mit E oder im speziellen Fall mit der Angabe der Zeilen m im Index angegeben E_m.

Bsp.: $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} oder\ E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Addition und Subtraktion sowie S-Multiplikation von Matrizen

Lesen Sie im Buch die Seiten 492 und 493 (Kapitel 7.1.2 Matrizenverknüpfungen mit Beispiel 7.10 (Addition) und 7.11 (S-Multiplikation).

Übungen (Rest Hausaufgabe bis Mittwoch, den 28.10.2020)

S. 504 Aufgaben 1 bis 6 (erst ohne CAS und dann, da, wo es möglich ist, mit CAS zur Kontrolle)

WG Y13, 8.10.2020

Matrizen : Die Einträge innerhalb einer Matrix nennt man Elemente einer Matrix und man identifiziert sie eindeutig über die Position in der Matrix

a_{ij} ist das Element, das in der Matrix A in Zeile i und Spalte j steht, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$

Bsp.:

$$\left.\begin{aligned} a_{42} &= 4 \text{ aus } A_{RZ} \\ b_{31} &= 0 \text{ aus } B_{ZE} \\ c_{23} &= 71 \text{ aus } C_{RE} \end{aligned}\right\} \text{ siehe S.1}$$

WGY13, MLK, 26.10.2020

Matrizenoperationen und Grundlagen

S.504

Nr. 1)

$$A = \begin{array}{c|cccc} & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ \hline z_1 & 3 & 7 & -5 & -16 \\ z_2 & 0 & 4 & 3 & \sqrt{2} \\ z_3 & 6 & 0{,}5 & 0 & -0{,}3 \end{array}$$

Format der Matrix : 3×4 ↓ Zeilen ↓ Spalten

$a_{12} = 7$ $\quad a_{32} = 0{,}5$

$a_{34} = -0{,}3$ $\quad a_{21} = 0$

$a_{24} = \sqrt{2}$ $\quad a_{33} = 0$

Nr. 2) Hauptdiagonale →

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & -7 & 0 & 8 \\ 4 & -5 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -0{,}5 \end{pmatrix}$$

Format der Matrix : 4×4

$a_{11} = 6$ $\quad a_{22} = -7$ $\quad a_{33} = 6$ $\quad a_{44} = -0{,}5$

Elemente auf der Hauptdiagonalen haben den gleichen Zeilen- und Spaltenindex a_{ij} mit $i = j$

Nr. 3) a)

$$A = \begin{array}{c|cccc} & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ \hline z_1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ z_2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ z_3 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ z_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 = a_{31} & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} i, & i < j \\ 0, & i = j \\ j, & i > j \end{cases}$$

S.504

$|2-1|\cdot(-1)^2 = 1$

$|3-2|\cdot(-1)^2 = +1$

Nr. 3) c)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$a_{ij} = i \cdot j$

Bsp $a_{32} = 3 \cdot 2 = 6$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ +1 & 0 & +1 & +2 \\ -2 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$a_{ij} = |i-j| \cdot (-1)^i$

$a_{11} = |1-1|\cdot(-1)^1 = 0$

$a_{12} = |1-2|\cdot(-1)^1 = -1$

Nr. 4) a)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 6 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 0 & 3{,}1 \\ 4.5 & 3 & -2 & 0.5 \\ 7 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad A+B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 7 & 4{,}1 \\ 4{,}5 & 7 & 0 & 5{,}5 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

3×4 $\qquad$ 3×4 $\qquad$ 3×4

$a_{22} + b_{22} = 4 + 3 = 7$

b)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \qquad A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} \end{pmatrix}$$

S.504

Nr. 5)

$$A = \underset{3\times 4}{\begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 & 6 \\ 4 & 0 & 0 & 6 \\ 7 & -2 & -8 & 1 \end{pmatrix}} \qquad 4 \cdot A = \underset{3\times 4}{\begin{pmatrix} -24 & 0 & 12 & 24 \\ 16 & 0 & 0 & 24 \\ 28 & -8 & -32 & 4 \end{pmatrix}} \qquad -0{,}5 \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1{,}5 & -3 \\ -2 & 0 & 0 & -3 \\ -3{,}5 & 1 & 4 & -0{,}5 \end{pmatrix}$$

Nr. 6)

$$A = \underset{2\times 3}{\begin{pmatrix} 6 & 8 & 3 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}} \qquad B = \underset{2\times 3}{\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}}$$

$$4 \cdot \underset{2\times 3}{(A+B)} = 4 \cdot \underset{2\times 3}{\begin{pmatrix} 6 & 10 & 2 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}} = \underset{2\times 3}{\begin{pmatrix} 24 & 40 & 8 \\ 28 & 0 & 8 \end{pmatrix}}$$

$$4 \cdot A + 4 \cdot B = \begin{pmatrix} 24 & 32 & 12 \\ 16 & -8 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 8 & -4 \\ 12 & 8 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 40 & 8 \\ 28 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Nr. 5)

$$s \cdot A = \begin{pmatrix} s \cdot (-6) & s \cdot 0 & s \cdot 3 & s \cdot 6 \\ s \cdot 4 & s \cdot 0 & s \cdot 0 & s \cdot 6 \\ s \cdot 7 & s \cdot (-2) & s \cdot (-8) & s \cdot 1 \end{pmatrix}$$

3a) 4x4-Matrix

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 &, i \leq j \\ 0 &, i > j \end{cases}$$

$i \mathrel{\hat{=}}$ Zeile, in der die Zahl steht

$j \mathrel{\hat{=}}$ Spalte, in der die Zahl steht

$$A = \begin{array}{c|cccc} & S1 & S2 & S3 & S4 \\ \hline Z1 & \enclose{circle}{1} & \boxed{1} & & \\ Z2 & & & & \\ Z3 & & & & \\ Z4 & \boxed{0} & & & \end{array}$$

$\enclose{circle}{a_{11}}$ $i = 1$

$j = 1$

$\boxed{a_{12}}$ $i = 1$

$j = 2$

$\boxed{a_{41}}$ $i = 4$

$j = 1$