

Wsp 13, MLK, 7.12.20

Stochastische Matrizen

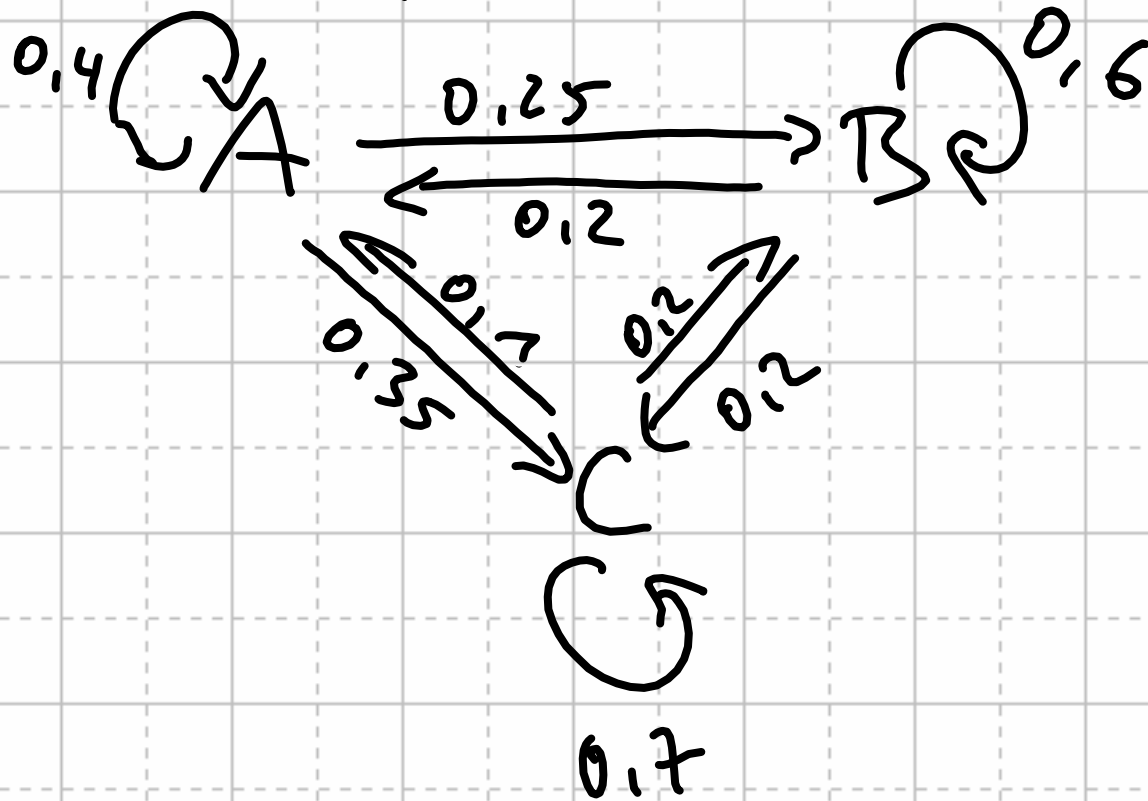
Klausurvorbereitung Aufgabe 3c

$$S = \begin{matrix} & \text{von} & & \\ \begin{matrix} n \\ a \\ c \\ h \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.25 & 0.6 & 0.2 \\ 0.35 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix} & & \\ & 3 \times 3 & & \end{matrix}$$

0.2 $\hat{=}$ 20% wechseln von C nach B

Kontrolle: Spaltensummen = 1 \checkmark
quadratisch \checkmark
Einträge aus $[0; 1]$ \checkmark

Darstellung als Diagramm



Anfangsverteilung

$$v_0 = \begin{pmatrix} 30 \\ 25 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Anzahl der Besucher von A, B, C

im CAS $\boxed{:=}$

S und v_0 definieren

1) Verteilung nach einem Monat

$$V_1 = S \cdot v_0 = \begin{pmatrix} 21.5 \\ 31.5 \\ 47 \end{pmatrix}$$

CAS: $S \cdot v_0$

Nach einem Monat gehen 21.5% der Dorfbewohner in Weipe A, 31.5% in Weipe B und 47% gehen in keine der beiden Weipen.

2) Verteilung nach

$$\begin{array}{l} \cdot 2 \text{ Monaten} : v_2 = S \cdot v_1 \quad \text{oder} \quad v_2 = S \cdot S \cdot v_0 = S^2 \cdot v_0 \\ \cdot 3 \quad " \quad : v_3 = S \cdot v_2 \quad " \quad v_3 = S^3 \cdot v_0 \\ \cdot 4 \quad " \quad : v_4 = S^4 \cdot v_0 = \begin{pmatrix} 19.22 \\ 34.74 \\ 46.04 \end{pmatrix} \end{array}$$

Frage: (nicht in Aufgabe) Was war im Monat vor der Anfangsverteilung?

$$v_0 = S \cdot v_{-1} \quad | \cdot S^{-1} \text{ v.l.} \Rightarrow S^{-1} \cdot v_0 = \underbrace{S^{-1} \cdot S}_{=E} \cdot v_{-1} = v_{-1} = \begin{pmatrix} 65.22 \\ 4.35 \\ 30.43 \end{pmatrix}$$

3)

$$v_5 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 45,90 \end{pmatrix}$$

a : Anteil Bewohner, die in A leben
 b : " " " " B "

$$\begin{aligned} \text{Es gilt } a + b + 45,90 &= 100 \quad | -45,90 \\ \Leftrightarrow a + b &= 54,10 \quad | -b \\ \Leftrightarrow \underline{a} &= \underline{54,10 - b} \end{aligned}$$

$$v_5 = \begin{pmatrix} a \\ 54,10 - a \\ 45,90 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow a \text{ ist mindestens } 0 &\Rightarrow a \geq 0 \\ \hookrightarrow a \text{ ist höchstens } 54,1 &\Rightarrow a \leq 54,10 \\ \Rightarrow \underline{0 \leq a \leq 54,10} \end{aligned}$$

$$v_6 = S \cdot v_5 = \begin{pmatrix} 0,2a + 15,41 \\ 41,64 - 0,35a \\ 0,15a + 42,95 \end{pmatrix}$$