

WGY13, MLK,
10.12.2020

Klausurübungen

Rangkriterien

Rang: Anzahl der Nicht-Nullzeilen
einer Matrix in Diagonalform
CAS Befehl: `ref` `menu` $\rightarrow 7 \rightarrow 4$

Für LGS der Form $A \cdot x = b$ gilt mit $m = \text{Zeilenzahl von } A$

$$\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A|b)$$

$$\text{Rg}(A) < \text{Rg}(A|b)$$

$$\text{Rg}(A) = m$$

$$\text{Rg}(A) < m$$

keine Lösung

keine Zeile in Diagonalform
0 0 1 7

0 0 0 0

keine Zeile in Diagonalform
z.B. 0 0 0 1

eindeutige Lösung

unendlich viele
Lösungen
mit Parameter c oder s oder t

Klausurvudung 1b

$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 3 & -3 \\ -8 & 6 & 2a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A x b

CAS

$$\text{ref} \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 0 \\ 6 & 3 & -3 & 0 \\ -8 & 6 & 2a & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{4} & \frac{1-a}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2+y}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

↑
3x4 Matrix erstellen

$$\text{Rg}(A) = 3 = \text{Rg}(A|b) = 3 = \text{Zeilenzahl von } A$$

⇒ Lösung ist eindeutig und zwar $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

1a) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ a \end{pmatrix}$

→ in Kurzform

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & a & a \end{pmatrix}$$

Diagonalform
liegt schon vor

Fallunterscheidung

$a=0$ $\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\text{Rg}(A) = 2 = \text{Rg}(A|b) < 3 = \text{Zeilenzahl von } A$
⇒ unendlich viele Lösungen

$a \neq 0$ $\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 12 \\ 0 & 0 & a & a \end{pmatrix}$ $\text{Rg}(A) = 3$
 $= \text{Rg}(A|b) = 3$
⇒ eindeutige Lsg.

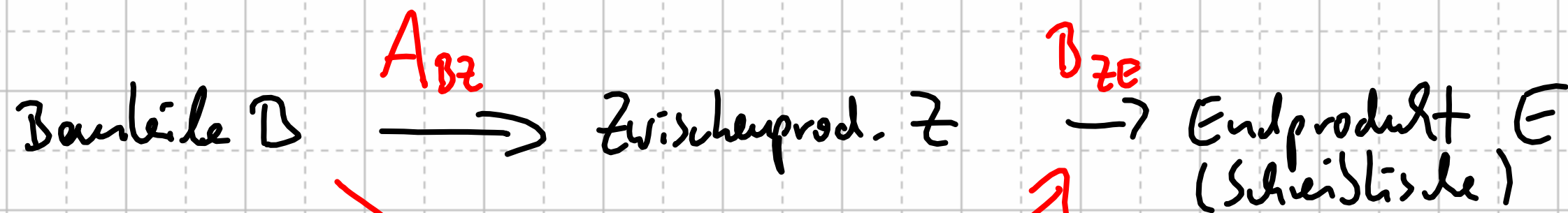
Lineare Gleichungssysteme lösen

Aufgabe 4 Klausurvorbereitung

mit Linsolve-Befehl

Zweistufige Produktionsprozesse

Klausurvorbereitung Aufgabe 5C



$$C_{BE} = A_{BZ} \cdot B_{ZE}$$

Allgemein: Wenn A oder B fehlt, aber C bekannt ist.

A fehlt: $A_{RZ} \cdot B_{ZE} = C_{RE} \quad | \cdot B_{ZE}^{-1} \text{ v.r.} \quad (\Rightarrow) \quad A_{RZ} = C_{RE} \cdot B_{ZE}^{-1}$

B fehlt: $A_{RZ} \cdot B_{ZE} = C_{RE} \quad | \cdot A_{RZ}^{-1} \text{ v.l.} \quad (\Rightarrow) \quad B_{ZE} = A_{RZ}^{-1} \cdot C_{RE}$

1) $c_{32} = 11$ ist die Zahl in der 3. Zeile und 2. Spalte von C_{BE} und bedeutet, dass für 1 ME von Endprodukt E_2 11 ME von Bauteil B3 benötigt werden.

2) gesucht: Deckungsbeiträge von E_1, E_2, E_3 :

$$\text{Deckungsbeitrag} = \text{Erlös} - \text{variable Kosten}$$

$\hat{=} \text{Verkaufspreis}$

↓
in Aufgabe
gegeben

↓
Bauteilekosten je Endprodukt
+ Zwischenproduktkosten je Endprodukt
+ Endproduktkosten → in Aufgabe gegeben als
Fertigungskosten

Beuteilkosten $\frac{GE}{ME}$ $\begin{pmatrix} B1 & B2 & B3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} B1 \\ B2 \\ B3 \\ \hline E1 & E2 & E3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 10 & 7 & 2 \\ 16 & 18 & 12 \\ 16 & 11 & 4 \end{pmatrix} = \frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 90 & 76 & 38 \end{pmatrix}$

Zwischenproduktkosten $\frac{GE}{ME}$ $\begin{pmatrix} Z1 & Z2 & Z3 \\ 2,5 & 3,3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} Z1 \\ Z2 \\ Z3 \\ \hline E1 & E2 & E3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 16,6 & 20,9 & 14,6 \end{pmatrix}$

\hookrightarrow mit $A_{BZ}^{-1} \cdot C_{BE} = B_{ZE}$

\Rightarrow variable Kosten : $(90 \ 76 \ 38) + (16,6 \ 20,9 \ 14,6) + (17 \ 23 \ 19)$
 $= \frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 123,6 & 119,9 & 71,6 \end{pmatrix}$

\Rightarrow Deckungsbeiträge
 ($\hat{=}$ Stückgewinn) $\frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 150 & 145 & 90 \end{pmatrix} - \frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 123,6 & 119,9 & 71,6 \end{pmatrix}$
 $= \frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 26,40 & 25,10 & 18,40 \end{pmatrix}$

Deckungsbeitrag für Auftrag : $\frac{GE}{ME} \begin{pmatrix} E1 & E2 & E3 \\ 26,40 & 25,10 & 18,40 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ \hline ME \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{matrix} = 6990 \text{ GE}$

5d) 1) B_{ZE} ermitteln mit $B_{ZE} = A_{ZE}^{-1} \cdot C_{RE}$

$$A_{ZE} \cdot \begin{matrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 150 \\ 400 \end{pmatrix} + C_{RE} \cdot \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 250 \\ 80 \\ 125 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \begin{matrix} ME \\ RA \\ RB \end{matrix}$$

2)
3)

$$C_{RE} \cdot \begin{pmatrix} 137,5 \\ 65 \\ 75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$C_{RE} \cdot \begin{pmatrix} 115 \\ 110 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

stimmen überein

$$C_{RE} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

mit LinSolve

$$3) \quad C_{RE} = \begin{pmatrix} 2 & 4+t & 3 \\ 2 & 2-t & 1 \\ 2 & 3 & 4-2t \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}$$

Alle Einträge müssen nicht negativ sein, da es um Mengen geht

$$4+t \geq 0$$

$$2-t \geq 0$$

$$4-2t \geq 0$$

.....

$$\Rightarrow \underline{-4} \leq t \leq \underline{2}$$

5d) 4) 5) nicht relevant