



**Aufgabe 4 (Zentralabitur GK 2019 mit CAS)**

Die CareDisps GmbH bezieht für ihre Displays kratzfeste Gläser, welche vor dem Einbau auf Funktionstüchtigkeit geprüft werden.

4.1 Die benötigten Gläser werden von zwei unterschiedlichen Zulieferern bezogen. Folgende Informationen sind bekannt:

- Die Alfons GmbH liefert 30 % der Gläser und der Rest stammt von der Bauer KG.
- 1/10 aller Gläser sind defekt und stammen von der Bauer KG.
- 5/6 der von der Alfons GmbH gelieferten Gläser sind einwandfrei.

Ereignis D: Ein Glas ist defekt.

Ereignis A: Ein Glas stammt von der Alfons GmbH.

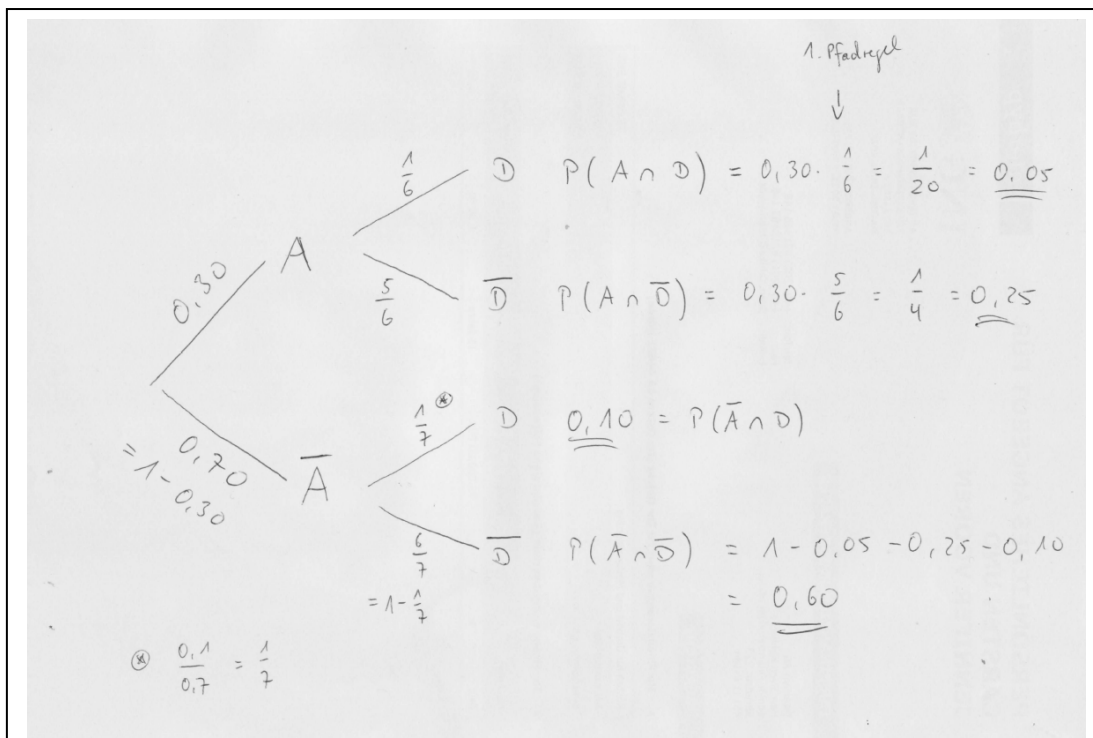
4.1.1 Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem vollständigen Baumdiagramm mit allen Pfad- und Pfadendwahrscheinlichkeiten **oder** in einer Vierfeldertafel dar.

	A	$\bar{A}$	
D	$P(A \cap D) = 0,05$	$P(\bar{A} \cap D) = 0,10$	$P(D) = 0,15$
$\bar{D}$	$P(A \cap \bar{D}) = 0,25$	$P(\bar{A} \cap \bar{D}) = 0,60$	$P(\bar{D}) = 0,85$
	$P(A) = 0,30$	$P(\bar{A}) = 0,70$	$1 = P(\Omega)$

$$P(\bar{A} \cap \bar{D}) = 0,60 = 0,70 - 0,10$$

$$P(A \cap D) = 0,30 \cdot \frac{1}{6} = 0,05$$

$$P(A \cap \bar{D}) = 0,30 \cdot \frac{5}{6} = 0,25$$





W-GY13 – Mathematik LK  
Stochastik – Übungen für die Vorklausur  
**Videokonferenz am 11.02.2021**

Datum:  
11.02.2021

4.1.2 Zeigen Sie, dass ein Glas mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % defekt ist.

Aus Vierfeldertafel:  $P(D) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) = 0,05 + 0,10 = 0,15$

Aus Baumdiagramm: Mit 2. Pfadregel:  $P(D) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) = 0,05 + 0,10 = 0,15$

4.1.3 Vergleichen Sie die beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(D|A)$  sowie  $P(D|\bar{A})$  und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachkontext.

$$P(D|\bar{A}) = 1/7 \text{ und } P(D|A) = 1/6$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Glas defekt ist, unter der Voraussetzung, dass es sicher von Alfons (A) bzw. von Bauer ( $\bar{A}$ ) stammt. Wenn es von Alfons stammt, ist die W., dass es defekt ist  $1/6$ , also ca. 16,7% und wenn es von Bauer stammt, ist sie  $1/7$ , also ca. 14%. Somit ist Bauer KG der etwas zuverlässigere Lieferant.

Mit Vierfeldertafel:

$$P(D|A) = P(D \cap A) / P(A) = 0,05 / 0,30 = 1/6$$

$$P(D|\bar{A}) = P(D \cap \bar{A}) / P(\bar{A}) = 0,10 / 0,70 = 1/7$$

4.1.4 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein defektes Glas von der Bauer KG geliefert wurde.

$$P(\bar{A}|D) = P(\bar{A} \cap D) / P(D) = 0,10 / 0,15 = 2/3 \approx 66,67\%$$

Wenn man weiß, dass ein Glas defekt ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass es von Bauer KG geliefert wurde 66,67%

Alternative: Inverses Baumdiagramm



W-GY13 – Mathematik LK  
Stochastik – Übungen für die Vorklausur  
**Videokonferenz am 11.02.2021**

Datum:  
11.02.2021

4.2 Ein Glas der Alfons GmbH ist mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/6$  defekt. Aus der nächsten Lieferung der Alfons GmbH wird eine Stichprobe von 250 Gläsern entnommen.

4.2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

E1: Genau 50 Gläser sind defekt.

E2: Die Lieferung enthält mehr als 43 defekte Gläser.

E3: Die Anzahl defekter Gläser weicht um mehr als zwei Gläser vom Erwartungswert ab.

ZV X: Anzahl defekter Gläser  $\rightarrow$  Verteilung von X:  $X \sim B(250, 1/6)$

$$P(E1) = P(X = 50) = 0,0243$$

[binomPdf\(250,1/6,50\)](#) oder [binomCdf\(\(250,1/6,50,50\)\)](#)

$$P(E2) = P(X > 43) = 0,3714$$

[binomCdf\(\(250,1/6,44,250\)\)](#)

$$\text{Erwartungswert } \mu = n \cdot p = 250 \cdot 1/6 = 41,6$$

$41,6 + 2 = 43,6$  und  $41,6 - 2 = 39,6 \Rightarrow$  mehr als 43 oder weniger als 40

$$P(E3) = P(X \leq 39) + P(X \geq 44) = 0,3627 + 0,3714 = 0,7341$$

[binomCdf\(\(250,1/6,0,39\)\)](#) und [binomCdf\(\(250,1/6,44,250\)\)](#)

$$\text{oder } P(E3) = 1 - P(E3') = 1 - P(40 \leq X \leq 43) = 1 - 0,2658 = 0,7342$$

(Rundungsfehler akzeptabel) [binomCdf\(\(250,1/6,40,43\)\)](#)

### Aufgabe 2

Ein online Magazin untersucht die Beliebtheit von Streaming-Diensten. Insbesondere geht es um die Dienste „Netflix“ (N) und „Amazon Prime“ (A). Zur Ermittlung der Beliebtheit sind die Kunden verschiedener Elektronikmärkte befragt worden. Hierbei konnten sie zu den beiden Streaming-Diensten jeweils angeben, ob sie diese nutzen oder nicht. **60 % der Kunden nutzen Netflix, 70 % nutzen Amazon Prime, 12 % nutzen keinen der beiden Streaming-Dienste.**

2.1 Stellen Sie die Zusammenhänge in einer Vierfeldertafel dar.

A: Kunde nutzt Amazon Prime

$\bar{A}$ : Kunde nutzt Amazon Prime nicht

N: Kunde nutzt Netflix

$\bar{N}$ : Kunde nutzt Netflix Prime nicht

	A	$\bar{A}$	
N	$P(N \cap A) = 42\%$	$P(N \cap \bar{A}) = 18\%$	<b><math>P(N) = 60\%</math></b>
$\bar{N}$	$P(\bar{N} \cap A) = 28\%$	<b><math>P(\bar{A} \cap \bar{N}) = 12\%</math></b>	$P(\bar{N}) = 40\%$
	<b><math>P(A) = 70\%</math></b>	$P(\bar{A}) = 30\%$	$P(\Omega) = 100\%$



W-GY13 – Mathematik LK  
Stochastik – Übungen für die Vorklausur  
**Videokonferenz am 11.02.2021**

Datum:  
11.02.2021

- 2.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kunde nur einen der beiden Streaming-Dienste nutzt.

$$P(\bar{A} \cap N) + P(A \cap \bar{N}) = 18\% + 28\% = 46\%$$

$P(\bar{A} \cap N)$  sind die Kunden, die nur Netflix nutzen und

$P(A \cap \bar{N})$  sind die Kunden, die nur Amazon Prime nutzen.

- 2.3 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde der Netflix nutzt, Amazon Prime nicht nutzt.

$$\text{Bedingte Wahrscheinlichkeit } P(\bar{A} | N) = P(\bar{A} \cap N) / P(N) = 18\% / 60\% = 30\%$$

Die W., dass ein Kunde, der Netflix nutzt, kein Amazon Prime hat, beträgt 30%.

- 2.4 Überprüfen Sie, ob die Ereignisse N und A stochastisch abhängig sind.

Prüfen:  $P(A \cap N) = P(A) \cdot P(N)$ ?  $42\% = 70\% \cdot 60\% \Leftrightarrow 42\% = 42\% \Rightarrow$  Die Ereignisse A und N sind stochastisch unabhängig.