



Aufgabe LK 2019

Die SelfCar GmbH produziert auch Akkus mit geringerer Laufzeit. Hierbei handelt es sich um marktübliche Akkus, die von vielen Anbietern hergestellt werden.

- 2.1 In der Wachstumsphase des Produkts Akku280 wurden die folgenden monatlichen Absatzzahlen ermittelt:

Zeitpunkt t (in Monaten)	0	2	4	6	8	10
Absatzzahlen (in ME pro Monat)	50	90	180	450	1 000	2 000

- 2.1.1 Entwickeln Sie durch exponentielle Regression oder mithilfe eines Gleichungssystems eine Funktion A mit $A(t) = a \cdot b^t$ mit $a, b, t \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b > 1$, [alternativ: $A(t) = a \cdot e^{b \cdot t}$ mit $a, b, t \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b > 0$], die die obigen monatlichen Absatzzahlen in der Wachstumsphase näherungsweise beschreibt.
Runden Sie a und b auf zwei Nachkommastellen.
- 2.1.2 Beurteilen Sie aus ökonomischer Sicht, ob der Funktionstyp aus 2.1.1 die gesamte Absatzentwicklung, also den Produktlebenszyklus des Akku280, modellieren kann.
- 2.2 Die Vertriebsleitung stellt eine Prognose für die Absatzzahlen des bauähnlichen Akku300 für das kommende Jahr auf. Der Absatz in Mengeneinheiten (ME) pro Monat ist dabei abhängig vom Zeitpunkt t in Monaten und den beiden konjunkturabhängigen Parametern a und b. Die monatlichen Absatzzahlen werden durch die Funktion $f_{a,b}$ beschrieben, wobei gilt:
 $f_{a,b}(t) = 20 \cdot b \cdot t \cdot e^{-0,1 \cdot a \cdot t^2} + 10$ mit $t, a, b \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$, $a, b > 0$.
- 2.2.1 Berechnen Sie den Zeitpunkt und die Höhe des maximalen monatlichen Absatzes in Abhängigkeit von a und b.
- 2.2.2 Der Hochpunkt der Funktion $f_{a,b}$ liegt bei $H\left(\sqrt{\frac{5}{a}} \mid \frac{20 \cdot \sqrt{5} \cdot b \cdot e^{-0,5}}{\sqrt{a}} + 10\right)$.
Analysieren Sie den jeweiligen Einfluss der Parameter a und b auf den Zeitpunkt und die Höhe des maximalen monatlichen Absatzes.
- 2.2.3 Die SelfCar GmbH strebt an, nach fünf Monaten ($t=5$) einen monatlichen Absatz von 30 ME/Monat zu erreichen. Außerdem wird angenommen, dass der monatliche Absatzrückgang zu diesem Zeitpunkt bei 10 ME/Monat liegt.
Bestimmen Sie die Parameterwerte für a und b.
- 2.2.4 Die Unternehmensleitung der SelfCar GmbH gibt vor, dass für $a=0,7$ die gesamte Absatzmenge im ersten Jahr bei 134 ME liegen soll.
Bestimmen Sie den entsprechenden Wert für b.
- 2.3 Für die Produktion des Akku300 geht die SelfCar GmbH von einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion der Form $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d, x \in \mathbb{R}$ aus.
- 2.3.1 Für den Verlauf der Kostenfunktion muss unter anderem gelten, dass ihr Graph streng monoton steigt.
Zeigen Sie, dass daraus folgt: $b^2 \leq 3 \cdot a \cdot c$
- 2.3.2 Untersuchen Sie rechnerisch, ob die SelfCar GmbH für den Akku300 einen vom Markt vorgegebenen Preis von 13 GE/ME langfristig unterbieten kann, wenn gilt: $K(x) = x^3 - 8x^2 + 25x + 16$.



Aufgabe Abitur Hessen

In einem Krankenhaus wurde für ein Medikament der zeitliche Verlauf der Wirkstoffkonzentration im Blut von Patienten untersucht. Dabei wurde das Medikament einem Teil der Patienten intravenös (durch direktes Spritzen in die Vene) und einem anderen Teil peroral (über den Mund) verabreicht.

Die nachfolgende Tabelle gibt die Messwerte eines Patienten der Gruppe mit *intravenöser* Verabreichung wieder.

Zeit t [h]	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	9,0	12,0	18,0	24,0
Konzentration [ng/ml]	41,2	34,9	32,4	24,8	16,6	10,0	5,2	2,5	0,5

Aufgaben

1. Die Datenpaare sind im beigefügten Material als Punkte im Koordinatensystem dargestellt. Ermitteln Sie anhand der beiden Punkte (1,5 | 41,2) und (24 | 0,5) eine Näherungsfunktion vom Typ $y = a \cdot e^{-k \cdot t}$, die den obigen Konzentrationsverlauf beschreibt, und skizzieren Sie den zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem (Material).

(6 BE)

Bei der *peroralen* Verabreichung ergab sich für die *Änderungsrate* der Konzentration (in Nanogramm (ng) pro Milliliter pro Stunde) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) folgender funktionaler Zusammenhang: $r(t) = 91,6 \cdot (-0,18 \cdot e^{-0,18t} + 0,52 \cdot e^{-0,52t})$.

- 2.1 Ermitteln Sie rechnerisch den Zeitpunkt, zu dem bei einem solchen Verlauf die Konzentration des Wirkstoffes am größten ist.
Berechnen Sie auch die Höhe der Konzentration zu diesem Zeitpunkt.
- 2.2 Skizzieren Sie in das Material 1 die zeitliche Entwicklung der Konzentration des Wirkstoffes im Blut und beschreiben Sie den Verlauf im Sachzusammenhang.