

WHB 12d
28.10.2020
5. Std.
statt 4.11.20
2. Std

Fragestellung

Sofortauszahlung oder lebenslange Rente ?

Entscheidung aus finanzmathematischer Sicht :
Gleichung $K_n = R_n$ nach n auflösen und Ergebnis einschätzen.

Aufgaben 5 und 6 sind nicht relevant für die Klausur am 7.10.20

Aufgabe 5: Frau Peters hat mit 60 Jahren Anspruch auf die Auszahlung einer Lebensversicherung in Höhe von 400.000 €. Sie hat als Alternative zur sofortigen Auszahlung eine jährliche nachschüssige Rente in Höhe von 15.000 € angeboten kommen und zwar solange sie lebt. Beraten Sie die Arbeitnehmerin bei der Wahl, indem ihr einen rechnerisch begründeten Vorschlag machen. Gehen Sie dabei von einem Zinssatz von 1,5% p.a aus.

Aufgabe 6: Herr Wienert (35 Jahre) hatte Glück beim Lottospielen und 1.590.000 € gewonnen. Er möchte aufhören zu arbeiten und fragt sich, ob eine jährliche vorschüssige Rente bis zum Lebensende von dieser Summe gezahlt werden kann. Bisher hat er netto 30.000 € pro Jahr verdient und diese möchte er nun als Rente ausgezahlt bekommen. Sein Bankberater bietet ihm eine Verzinsung von 0,5% p.a. und rechnet ihm aus, wie lange sein Gewinn dafür reicht. Ermitteln Sie, zu welchem Ergebnis der Bankberater kommt und beantworten Sie die Frage, ob Herr Wienert aufhören kann zu arbeiten.

Lösungen:

- 1a) $R_{45} = 95.820,09 \text{ €}$
- 2a) $R_{v32} = 102.605,93 \text{ €}$
- 3) $r = 122.598,23$
- 4) $r = 242.907,23 \text{ €}$
- 5) $n = 34,31$
- 6) $n = 61,37$

Annuitätendarlehen

Tilgungsplan für Annuitätendarlehen mit fester Laufzeit

- Annuität mit Formel berechnen
- Für jedes Jahr des Tilgungsplans Berechnung der Zinsen (Prozentrechnung), der Tilgung (= Annuität – Zinsen) und der Restschuld (=Restschuld alt – Tilgung)
- Restschulden berechnen

Übungsaufgaben: Sie dürfen verwenden: $A = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$

5) gegeben: $K_0 = 400\,000\text{€}$ $p = 1.5\% \text{ p.a.} \Rightarrow q = 1.015$ $r = 15\,000\text{€}$
 nachschüssig
 gesucht: n (Wann sind Kapitalendwert und Rentenendwert gleich viel wert?)

$$K_n = R_n \Leftrightarrow K_0 \cdot q^n = r \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} \Leftrightarrow 400\,000 \cdot 1.015^n = 15\,000 \cdot \frac{(1.015^n - 1)}{(1.015 - 1)} \quad | : 15\,000$$

$$\frac{400\,000}{15\,000} \cdot 1.015^n = \frac{(1.015^n - 1)}{0.015} \quad | \cdot 0.015 \Leftrightarrow \frac{400\,000}{15\,000} \cdot 0.015 \cdot 1.015^n = 1.015^n - 1$$

$$\Leftrightarrow 0.4 \cdot 1.015^n = 1 \cdot 1.015^n - 1 \quad | -1 \cdot 1.015^n$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-0.6}_{=0.4-1} \cdot 1.015^n = -1 \quad | : (-0.6) \Leftrightarrow 1.015^n = 1.\bar{6} \quad | \log$$

$$\Leftrightarrow \log 1.015^n = \log 1.\bar{6} \Leftrightarrow n \cdot \log 1.015 = \log 1.\bar{6} \quad | : \log 1.015$$

$$n = \frac{\log 1.\bar{6}}{\log 1.015} = 34.31 = \frac{\log 1.6666}{\log 1.015}$$

$$\begin{aligned}4x &= 2x - 1 & | -2x \\2x &= -1 & | :2 \\x &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0,4x &= 1x - 1 & | -1x \\ \underbrace{-0,6}_{0,4-1}x &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0,4 \cdot q^n &= 1 \cdot q^n - 1 & | -1 \cdot q^n \\ \underbrace{-0,6}_{0,4-1} \cdot q^n &= -1\end{aligned}$$

Aufgabe 5

Frau Peters hat aus mathematischer Sicht einen Vorteil bei der Sofortauszahlung, wenn sie noch weniger als 34,31 Jahre lebt.

Die lebenslange Rente ist aus mathematischer Sicht besser (=mehr wert), wenn sie noch länger als 34,31 Jahre lebt.

Bei einem Alter von 60 Jahren und einer durchschnittlichen Lebenserwartung von knapp über 80 Jahren, sollte sie die Sofortauszahlung wählen.