WHB 12d, 30.10.2020 Aufgabe 6)

Gegeben: $K_0 = 1\,590\,000$ € $\quad r = 30\,000$ € (vorsch.)

$p = 0{,}5\%$ p.a $\Rightarrow q = 1{,}005$

Gesucht: n

Ansatz: $K_n = R_{vn} \Leftrightarrow K_0 \cdot q^n = r \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)} \cdot q$

$$\Leftrightarrow 1\,590\,000 \cdot 1{,}005^n = 30\,000 \cdot \frac{(1{,}005^n - 1)}{(1{,}005 - 1)} \cdot 1{,}005 \quad \Big| :30\,000$$

$$\Leftrightarrow \frac{1\,590\,000}{30\,000} \cdot 1{,}005^n = \frac{(1{,}005^n - 1)}{(1{,}005-1)} \cdot 1{,}005 \quad \Big| :1{,}005 \quad \Big| \cdot 0{,}005$$

$$\Leftrightarrow \frac{1\,590\,000 \cdot 0{,}005}{30\,000 \cdot 1{,}005} \cdot 1{,}005^n = 1{,}005^n - 1$$

$$\Leftrightarrow 0{,}2637 \cdot 1{,}005^n = 1 \cdot 1{,}005^n - 1 \quad \Big| -1 \cdot 1{,}005$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-0{,}7363}_{=0{,}2637-1} \cdot 1{,}005^n = -1 \quad \Big| :(-0{,}7363)$$

$$\Leftrightarrow 1{,}005^n = 1{,}3581 \quad \Big| \log$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log 1{,}005 = \log 1{,}3581 \quad \Big| : \log 1{,}005$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\log 1{,}3581}{\log 1{,}005} = 61{,}37$$

allgemein

$$K_n = R_{vn} \Leftrightarrow K_0 \cdot q^n = r \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q-1)} \cdot q \quad \Big| :r$$

$$\Leftrightarrow \frac{K_0}{r} \cdot q^n = \frac{(q^n-1)}{(q-1)} \cdot q \quad \Big| :q \quad \Big| \cdot (q-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} \cdot q^n = q^n - 1 \quad \Big| -1 \cdot q^n$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} - 1\right) \cdot q^n = -1 \quad \Big| : \left(\frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow q^n = \frac{-1}{\frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} - 1} \quad \Big| \log$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log q = \log \frac{-1}{\frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} - 1} \quad \Big| : \log q$$

$$n = \frac{\log \frac{-1}{\frac{K_0 \cdot (q-1)}{r \cdot q} - 1}}{\log q}$$

Aufgaben 5 und 6 sind nicht relevant für die Klausur am 7.10.20

Aufgabe 5: Frau Peters hat mit 60 Jahren Anspruch auf die Auszahlung einer Lebensversicherung in Höhe von 400.000 €. Sie hat als Alternative zur sofortigen Auszahlung eine jährliche nachschüssige Rente in Höhe von 15.000 € angeboten kommen und zwar solange sie lebt. Beraten Sie die Arbeitnehmerin bei der Wahl, indem ihr einen rechnerisch begründeten Vorschlag machen. Gehen Sie dabei von einem Zinssatz von 1,5% p.a aus.

Aufgabe 6: Herr Wienert (35 Jahre) hatte Glück beim Lottospielen und 1.590.000 € gewonnen. Er möchte aufhören zu arbeiten und fragt sich, ob eine jährliche vorschüssige Rente bis zum Lebensende von dieser Summe gezahlt werden kann. Bisher hat er netto 30.000 € pro Jahr verdient und diese möchte er nun als Rente ausgezahlt bekommen. Sein Bankberater bietet ihm eine Verzinsung von 0,5% p.a. und rechnet ihm aus, wie lange sein Gewinn dafür reicht. Ermitteln Sie, zu welchem Ergebnis der Bankberater kommt und beantworten Sie die Frage, ob Herr Wienert aufhören kann zu arbeiten.

Lösungen:

1a) R_{45} = 95.820,09 € 2a) R_{v32} = 102.605,93 € 3) r = 122.598,23

4) r = 242.907,23 € 5) n = 34,31 6) n = 61,37

Annuitätendarlehen

Tilgungsplan für Annuitätendarlehen mit fester Laufzeit

- Annuität mit Formel berechnen
- Für jedes Jahr des Tilgungsplans Berechnung der Zinsen (Prozentrechnung), der Tilgung (= Annuität – Zinsen) und der Restschuld (=Restschuld alt – Tilgung)
- Restschulden berechnen

Übungsaufgaben: Sie dürfen verwenden: $A = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$

Antwort: Herr Wienerts Lottogewinn von 1590000 € ist aus mathematischer Sicht genau so viel wert, wie eine vorschüssige jährliche Rente von 30000 €, die 61 Jahre gezahlt wird.

Wenn Herr Wienert also noch mehr als 61 Jahre leben würde, wäre die Rente mehr wert als die Sofortauszahlung des Lottogewinns. Dazu müsste er älter als 96 Jahre werden.

Herr Wienert sollte den Lottogewinn auszahlen lassen.