



W-HB12 – Mathematik
Übungen für die 1. Klausur zum
Thema Finanzmathematik am 07.10.2020

Datum:

Checkliste: Ich kann ...		✓
1.	mit der Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot q^n$ den Wert K_n ausrechnen.	
2.	die Zinseszinsformel nach K_0 , q und p und nach n umstellen.	
3.	die Zinseszinsformel auf unterjährige Verzinsung anwenden, indem ich die Anzahl der Zinsperioden ermittle und K_n berechne.	
4.	den Effektivzinssatz berechnen.	
5.	mit der Rentenendwertformel vorschüssige und nachschüssige Rentenendwerte berechnen.	
6.	die Rentenendwertformel nach r umstellen.	
7.	Barwerte (für Kapitalien oder Rentenendwerte) ausrechnen.	
8.	mit der Annuitätenformel Annuitäten für Darlehen mit fester Laufzeit berechnen.	
9.	einen Tilgungsplan aufstellen.	
10.	Für ein Annuitätendarlehen die Restschuld nach n Jahren berechnen.	

Zinseszinsformel

$$K_n = K_0 \cdot q^n \Leftrightarrow K_0 = \frac{K_n}{q^n} \Leftrightarrow q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} \Leftrightarrow n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log(q)}$$

Übungen dazu:

- Buch Seite 342, Nr. 2 (Berechnen von K_0)
- Buch Seite 342, Nr. 3 (Berechnen von q bzw. p)
- Buch Seite 342, Nr. 4 (Berechnen von n)
- Buch Seite 342, Nr. 5 - 12
- Buch Seite 344, Nr. 1 – 3, und Nr. 6

Unterjährige Verzinsung

- Lesen Sie die Seiten 340 und 341 (Lupe 7: Unterjährige Verzinsung und Lupe 8: Effektiver Zinssatz)
- Buch Seite 341, unten: Aufgabe „Kredithai“
- Buch Seite 344, Nr. 4
- Buch Seite 344, Nr. 5

Einige Lösungen:

- 342, 2a: $K_0 = 4500,00 \text{ €}$, 2b: $K_0 = 4560,00 \text{ €}$, 2c: $8550,00 \text{ €}$, 2d: $239.813,16 \text{ €}$
- 342, 3a: $p = 5\%$, 3b: $p = 5,25\%$, 3c: $p = 4,5\%$, 3d: $p = 6,25\%$, 3e: $p = 3,25\%$
- 342, 4a: $n = 6$, 4b: $n=14$, 4c: $n=12$, 4d: $n=18$, 4e: $n=3$
- Kredithai: Buch Seite 420



W-HB12 – Mathematik
Übungen für die 1. Klausur zum
Thema Finanzmathematik am 07.10.2020

Datum:

Rentenrechnung: Sie dürfen verwenden:

Nachschüssige Rentenzahlung (am Ende des Jahres bzw. der Zeitperiode) $R_n = r \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$

Vorschüssige Rentenzahlung (am Anfang des Jahres bzw. der Zeitperiode) $R_{vn} = r \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)} \cdot q$

Problemstellungen:

1. Berechnung des Rentenendwerts: Einsetzen von r , q und n in die Rentenendwertformel (Aufgaben 1 und 2)
2. Berechnung der Rentenhöhe (Aufgaben 3 und 4)

Ansatz: $K_n = R_n$ (bei nachschüssiger Rente) bzw. $K_n = R_{vn}$ (bei vorschüssiger Rente).

Dazu werden K_0 , n und q in die Gleichung eingesetzt und die Gleichung nach r aufgelöst. Gerundet werden soll auf vier Stellen nach dem Komma bei allen Zwischenergebnissen.

3. Berechnung der Laufzeit: (mit Logarithmus) (nach der Klausur – Aufgaben 5 und 6)

Ansatz: $K_n = R_n$ (bei nachschüssiger Rente) bzw. $K_n = R_{vn}$ (bei vorschüssiger Rente).

Dazu werden K_0 , r und q in die Gleichung eingesetzt und die Gleichung nach n aufgelöst. Gerundet werden soll auf vier Stellen nach dem Komma bei allen Zwischenergebnissen.

Tipp für alle Aufgaben: Ermitteln Sie zunächst durch Prüfung der gegebenen Informationen, was Sie haben und was gesucht ist. Führen Sie dann eine Überschlagsrechnung durch, um eine Untergrenze oder Obergrenze für Ihr Ergebnis zu erhalten.

Beispiel: Wenn man 100.000 € auf eine Rente von 10 Jahren verteilen möchte, dann sollte ein Wert von über 10.000 € herauskommen.

Aufgabe 1: Stefan ist 19 Jahre alt und ist gerade dabei sein Abitur zu machen. Er denkt bereits an die Altersvorsorge und plant in einen Aktienfond zu investieren. Dazu möchte er 600 Euro pro Jahr (am Jahresende) anlegen und zwar für die nächsten 45 Jahre bis zur Rente. Laut Aussage einer Werbung ist bei diesem Fond mit einer durchschnittlichen Verzinsung von 5% p.a. zu rechnen. Ermitteln Sie die Summe, mit der Stefan am nach 45 Jahren rechnen könnte, wenn die Werbeaussage stimmt.

Aufgabe 2: Frau Müller möchte nach dem abgeschlossenen Studium der Medizin bereits für Alter vorsorgen. Sie ist 28 Jahre und plant mit 60 Jahren in Rente zu gehen. Da Sie mit einer eigenen Praxis gut verdient, kann sie 32 Jahre lang jedes Jahr 3.000 € (vorschüssig) sparen und erhält bei ihrer Bank eine Verzinsung von 0,4% p.a. Ermitteln Sie die Summe, die Frau Müller mit 60 Jahren aus dieser Anlage zur Verfügung steht.



W-HB12 – Mathematik
Übungen für die 1. Klausur zum
Thema Finanzmathematik am 07.10.2020

Datum:

Aufgabe 3: Herr Nemeč ist Vorstand eines mittelständischen Unternehmens gewesen und möchte nun mit 63 Jahren aufhören zu arbeiten, um Zeit mit seinen Enkelkindern zu verbringen. Er hat mit ein wenig Glück an der Börse ein kleines Vermögen gemacht und hat nun eine Summe von 2.700.000 € zur Verfügung. Diese Summe legt er bei einer Versicherung in ein Produkt an, bei dem er eine jährliche nachschüssige Rente erhält, die 25 Jahre gezahlt wird. Der Zinssatz beträgt 1% p.a. Nach 25 Jahren soll das Vermögen aufgebraucht sein. Berechnen Sie, welche Rente er unter diesen Bedingungen jährlich erhält.

Aufgabe 4: Herr Linke hat nach seiner Zeit als Profisportler genug vom Arbeiten und möchte einen Teil seiner Ersparnisse in ein Rentenprodukt anlegen. Ein Kapital von 6.000.000 € möchte er für die nächsten 30 Jahre als vorschüssig gezahlte Rente ausgezahlt bekommen, bei einer Verzinsung von 1,4% p.a. In den letzten Jahren hatte er ein durchschnittliches Einkommen von 250.000 € pro Jahr. Prüfen Sie, ob seine jährliche vorschüssige Rentenzahlung in den nächsten 30 Jahren in etwa dieser Summe entspricht.

Aufgaben 5 und 6 sind nicht relevant für die Klausur am 7.10.20

Aufgabe 5: Frau Peters hat mit 60 Jahren Anspruch auf die Auszahlung einer Lebensversicherung in Höhe von 400.000 €. Sie hat als Alternative zur sofortigen Auszahlung eine jährliche nachschüssige Rente in Höhe von 15.000 € angeboten bekommen und zwar solange sie lebt. Beraten Sie die Arbeitnehmerin bei der Wahl, indem ihr einen rechnerisch begründeten Vorschlag machen. Gehen Sie dabei von einem Zinssatz von 1,5% p.a. aus.

Aufgabe 6: Herr Wienert (35 Jahre) hatte Glück beim Lottospielen und 1.590.000 € gewonnen. Er möchte aufhören zu arbeiten und fragt sich, ob eine jährliche vorschüssige Rente bis zum Lebensende von dieser Summe gezahlt werden kann. Bisher hat er netto 30.000 € pro Jahr verdient und diese möchte er nun als Rente ausgezahlt bekommen. Sein Bankberater bietet ihm eine Verzinsung von 0,5% p.a. und rechnet ihm aus, wie lange sein Gewinn dafür reicht. Ermitteln Sie, zu welchem Ergebnis der Bankberater kommt und beantworten Sie die Frage, ob Herr Wienert aufhören kann zu arbeiten.

Lösungen:

- 1a) $R_{45} = 95.820,09 \text{ €}$ 2a) $R_{v32} = 102.605,93 \text{ €}$ 3) $r = 122.598,23$
4) $r = 242.907,23 \text{ €}$ 5) $n = 34,31$ 6) $n = 61,37$

Annuitätendarlehen

Tilgungsplan für Annuitätendarlehen mit fester Laufzeit

- Annuität mit Formel berechnen
- Für jedes Jahr des Tilgungsplans Berechnung der Zinsen (Prozentrechnung), der Tilgung (= Annuität – Zinsen) und der Restschuld (= Restschuld alt – Tilgung)
- Restschulden berechnen

Übungsaufgaben: Sie dürfen verwenden: $A = K_0 \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1}$



W-HB12 – Mathematik
**Übungen für die 1. Klausur zum
 Thema Finanzmathematik am 07.10.2020**

Datum:

Aufgabe 1 Zur Finanzierung eines Hauses nimmt die Familie Schulz ein Darlehen in Höhe von 340.000 € auf. Die Sparkasse bietet ihr einen festen Zins von 1,5% bei einer Laufzeit von 20 Jahren.

- a) Berechnen Sie die Annuität für dieses Darlehen.
- b) Stellen Sie den Tilgungsplan für die ersten fünf Jahre auf.
- c) Ermitteln Sie die Restschuld nach 12 Jahren, nach 15 Jahren und nach 20 Jahren.

Aufgabe 2 Die JoRo GmbH benötigt ein Darlehen über 900.000 €. Sie muss 2,1% p.a. Zinsen zahlen und möchte das Darlehen innerhalb von 8 Jahren zurückzahlen.

- a) Berechnen Sie die Annuität für dieses Darlehen.
- b) Stellen Sie den Tilgungsplan für die ersten drei Jahre auf.
- c) Ermitteln Sie die Restschuld nach 5 Jahren und nach 8 Jahren.

Aufgabe 3 Zur Finanzierung eines Autokaufs nimmt Stefan ein Darlehen in Höhe von 5.000 € auf. Die Sparkasse bietet ihr einen festen Zins von 0,99% p.a bei einer Laufzeit von 5 Jahren.

- a) Berechnen Sie die Annuität für dieses Darlehen.
- b) Stellen Sie den vollständigen Tilgungsplan für die ersten fünf Jahre auf.
- c) Ermitteln Sie die Höhe der insgesamt gezahlten Zinsen.

Vorlage für Tilgungspläne:

Jahre	Restschuld zu Beginn des Jahres	Annuität	Zinsen	Tilgung	Restschuld am Ende des Jahres
1					
2					
3					
4					
...					