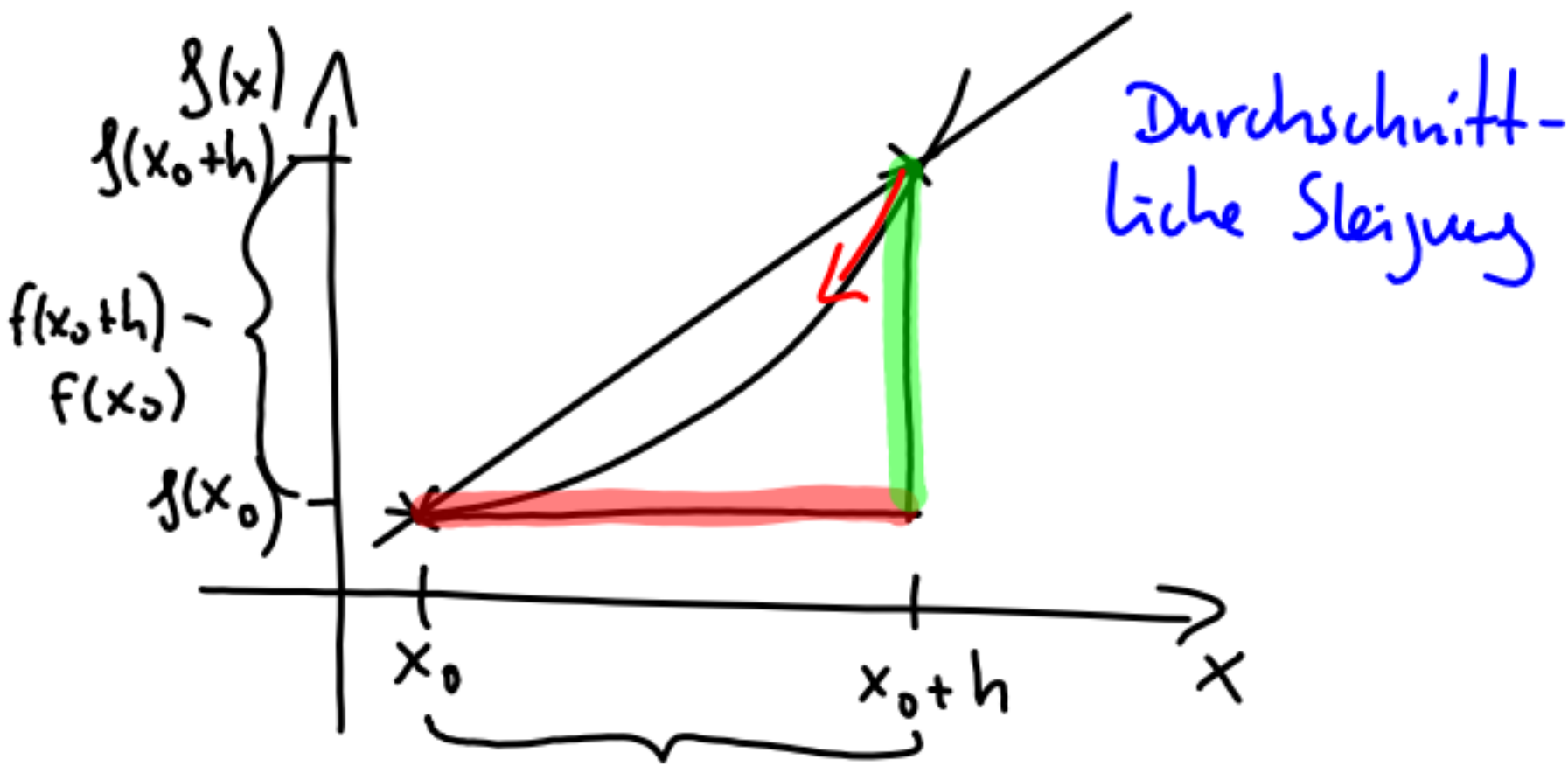


# Erinnerung

## Differenzenquotient

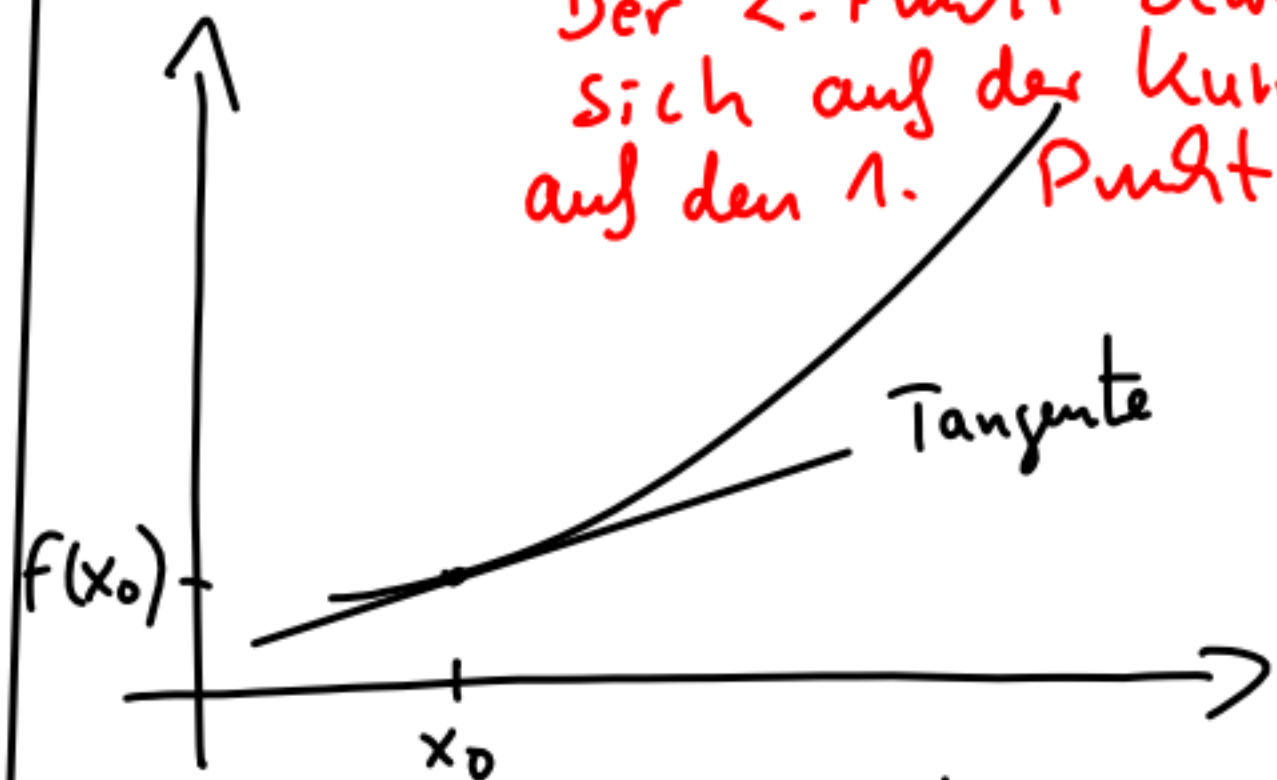


Steigung der Sekante

$$m_s = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0+h - x_0} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

## Differentialquotient

Der 2. Punkt bewegt sich auf der Kurve auf den 1. Punkt zu!



Steigung der Tangente

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

Erinnerung: 1. Ableitung ist Tangentensteigung

# Beweis der Produktregel (für Funktionen der Form $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ )

Differenzenquotient an der Stelle  $x_0$  (Schantenleistung)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h}$$

$$= \frac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h} + \frac{u(x_0) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0+h)}{h}$$

anderes Sortieren

$$= \frac{u(x_0+h) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot v(x_0+h) - u(x_0) \cdot v(x_0)}{h}$$

Ausklammern

$$= \frac{[u(x_0+h) - u(x_0)] \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot [v(x_0+h) - v(x_0)]}{h}$$

$$= \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}$$

$$= \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}$$

Übergang zum Differentialquotient mit Grenzwert  $h \rightarrow 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} \cdot v(x_0+h) + u(x_0) \cdot \frac{v(x_0+h) - v(x_0)}{h}$$

$$= u'(x_0) \cdot v(x_0) + u(x_0) \cdot v'(x_0)$$

$$= (u(x_0) \cdot v(x_0))' = f'(x_0)$$

Produktregel

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$\text{kurz: } f' = u' \cdot v + u \cdot v'$$