

Aufgabe Navigationssysteme

Das Unternehmen GPM vertreibt mobile Navigationssysteme für die Autoindustrie. Für das neue Modell NavTag II, das sich nur in wenigen Details von seinem Vorgänger NavTag I unterscheidet, wird mit einer ähnlichen Absatzentwicklung kalkuliert. Für NavTag I wurden folgende Absatzzahlen ermittelt:

Zeit in Monaten	0	5	10	15
Absatzmenge in 1000	50	92,98	74,63	60,58

Die Absatzmenge zum Zeitpunkt $x=0$ ergibt sich aus langfristigen Verträgen, die während der Entwicklungsphase geschlossen wurden.

- a) Der Absatzverlauf von NavTag II soll mit einer Exponentialfunktion modelliert werden: $f_{a;b}(x) = a \cdot x \cdot e^{-b \cdot x} + c$ mit $a, b, c > 0$

Bestimmen Sie Werte für a, c (Genauigkeit: 1 Nachkommastelle) und b (Genauigkeit: 2 Nachkommastellen), sodass die obigen Absatzzahlen durch $f_{a;b}(x)$ beschrieben werden.

Hinweis: Die Ergebnisse zur Kontrolle lauten $a = 30$, $b = 0,25$ und $c = 50$. Wenn Sie diese nicht ausrechnen können, definieren Sie nun für die folgenden Aufgaben neu:

$$f(x) = 30 \cdot x \cdot e^{-0,25 \cdot x} + 50$$

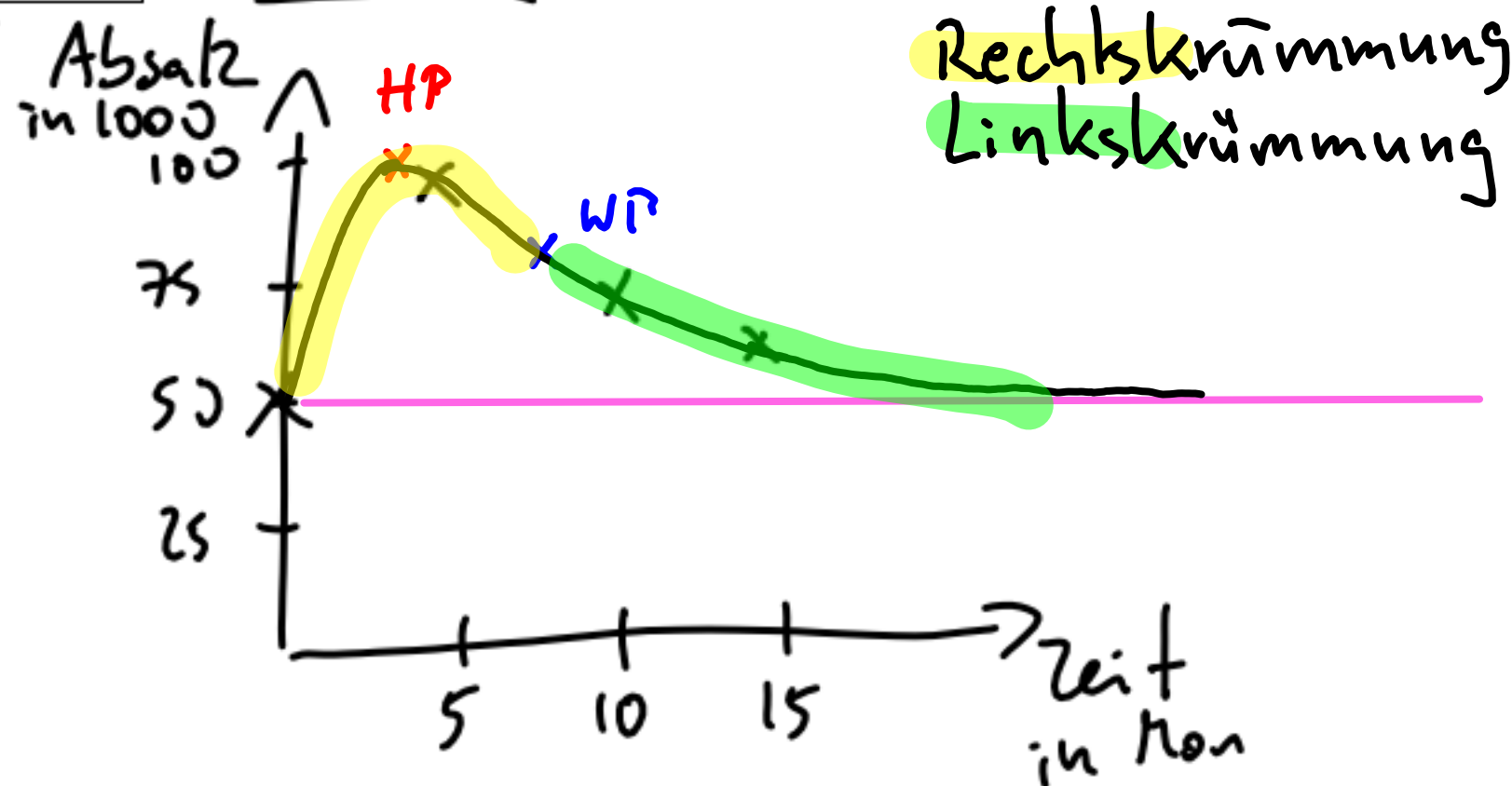
- b) Die maximale Absatzmenge wird nach ca. 5 Monaten vermutet (vgl. Tabelle). Berechnen Sie den genauen Maximalwert mit der Funktion $f_{30;0,25}(x)$ und zeigen Sie, dass im 8. Monat der Absatz am stärksten zurückgeht.
- c) GPM ist sich darüber im Klaren, dass über die gemachten Verträge nur eine kurzzeitige Absatzsteigerung möglich ist, da das Unternehmen den Privatkundenmarkt nicht gezielt bedient. Ermitteln Sie die Absatzmenge, auf die sich das Navigationssystem langfristig einpendeln wird und skizzieren Sie den Graphen.
- d) Obwohl die Absatzzahlen schwanken, hält das Unternehmen an einem Preis (in €) für das NavTag II fest, der sich aus dem vom Controlling ermittelten Angebots- und Nachfragefunktionen ergibt: $p_1(x) = (-2,7x + 242) \cdot e^{0,01x}$ und $p_2(x) = (0,5x + 50) \cdot e^{0,01x}$

Begründen Sie aus dem Sachverhalt, welche Funktion die Angebots- und Nachfragefunktion ist, und bestimmen Sie dann das Marktgleichgewicht.

W0Y12,
MLK, 24.11.21

a) Nicht nötig, aber hilfreich

Skizze



$$f_{a;b}(x) = a \cdot x \cdot e^{-b \cdot x} + c$$

a und b und c sind Parameter

Aufgabe c)

Operator: „Ermitteln“

→ graphisch oder
→ „rechnerisch“ mit Limes

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 50$$

CAS: menu → 4 → 4

Die Absatzmenge wird sich langfristig bei 50 000 pro Monat einpendeln! Skizze auf Tafel 1.

Einschub:



$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

Grenzwert ohne CAS:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{30 \cdot x}_{\infty} \cdot \underbrace{e^{-0,75x}}_{0} + 50 = 50$$

Satz: Die e-Funktion wächst schneller als jede ganzrationale Funktion!

d) Obwohl die Absatzzahlen schwanken, hält das Unternehmen an einem Preis (in €) für das NavTag II fest, der sich aus dem vom Controlling ermittelten Angebots- und Nachfragefunktionen ergibt: $p_1(x) = (-2,7x + 242) \cdot e^{0,01x}$ und $p_2(x) = (0,5x + 50) \cdot e^{0,01x}$

Begründen Sie aus dem Sachverhalt, welche Funktion die Angebots- und Nachfragefunktion ist, und bestimmen Sie dann das Marktgleichgewicht.

Vorwissen: • Nachfragefunktion „fällt“, da bei steigendem Preis die Nachfrage sinkt
• Angebotsfunktion „steigt“, da bei steigendem Preis das Angebot steigt

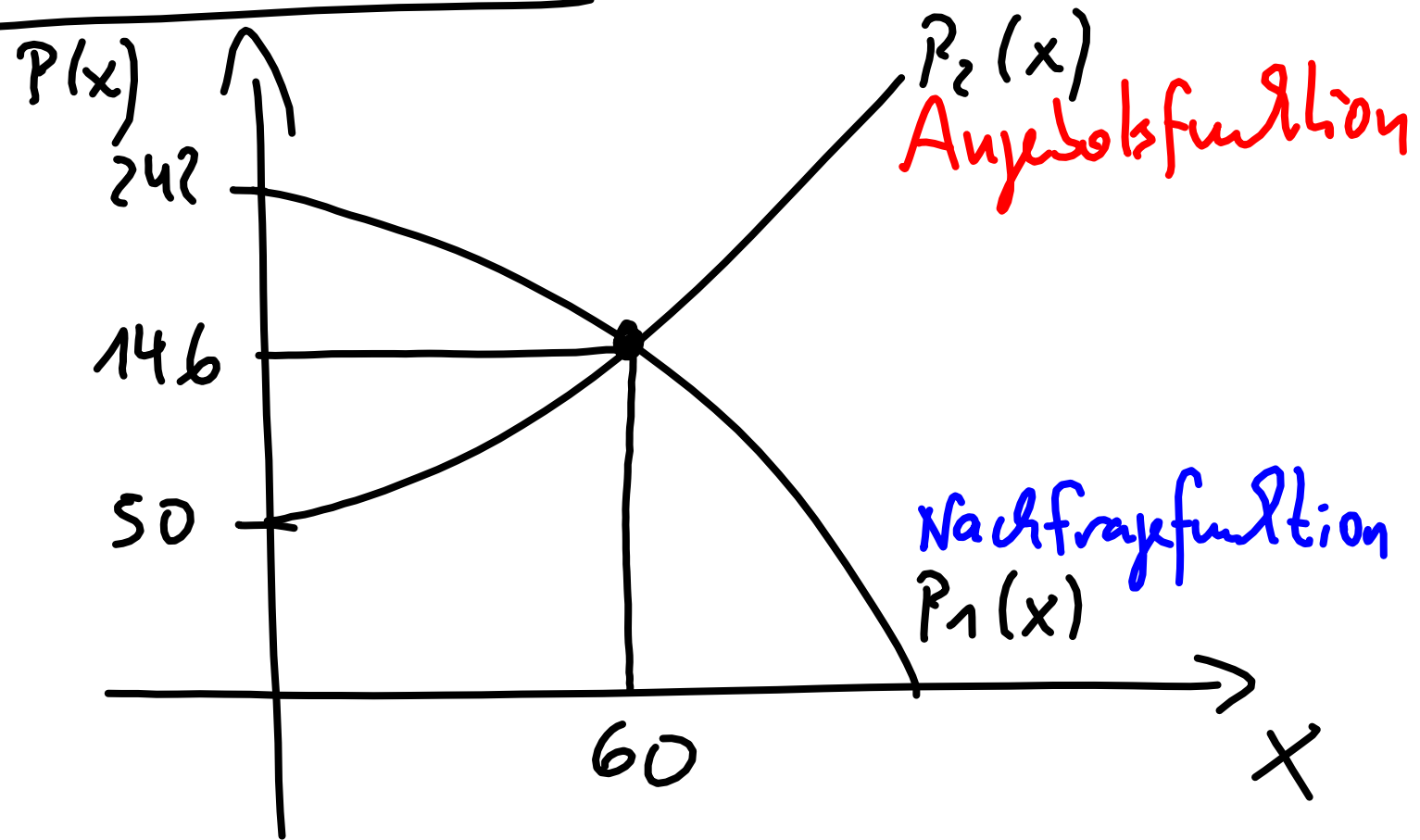
Vermutung: $p_1(x)$ ist Nachfragefunktion, da $(-2,7x + 242)$ eine Gerade mit negativer Steigung ist.

Überprüfung: z.B. durch Anzeigen der Graphen mit CAS
• durch Argumentieren mit den y-Abschnitten 242 und 50
• durch Überprüfen der 1. Ableitung

$$p'(x) < 0 \Rightarrow \text{Graph fällt}$$

$$p'(x) > 0 \Rightarrow \text{„ steigt}$$

Skizze für d1



Operator: „Bestimmen“
↳ Berechnen oder
↳ Graph analysieren
→ Schnittpunkt

Marktgleichgewicht

Schnittpunkt von $P_1(x)$ und $P_2(x)$

$$P_1(x) = P_2(x) \Leftrightarrow x = 60 \quad \text{mit solve}$$

$$y\text{-Wert: } P_1(60) = 145,77 \approx 146$$

$$\text{oder } P_2(60) = 145,77 \approx 146$$

Marktgleichgewicht (60 | 146)

Graphisch: Graph analysieren

- Schnittpunkt
- untere Schranke
- obere Schranke

$S(60 | 146)$