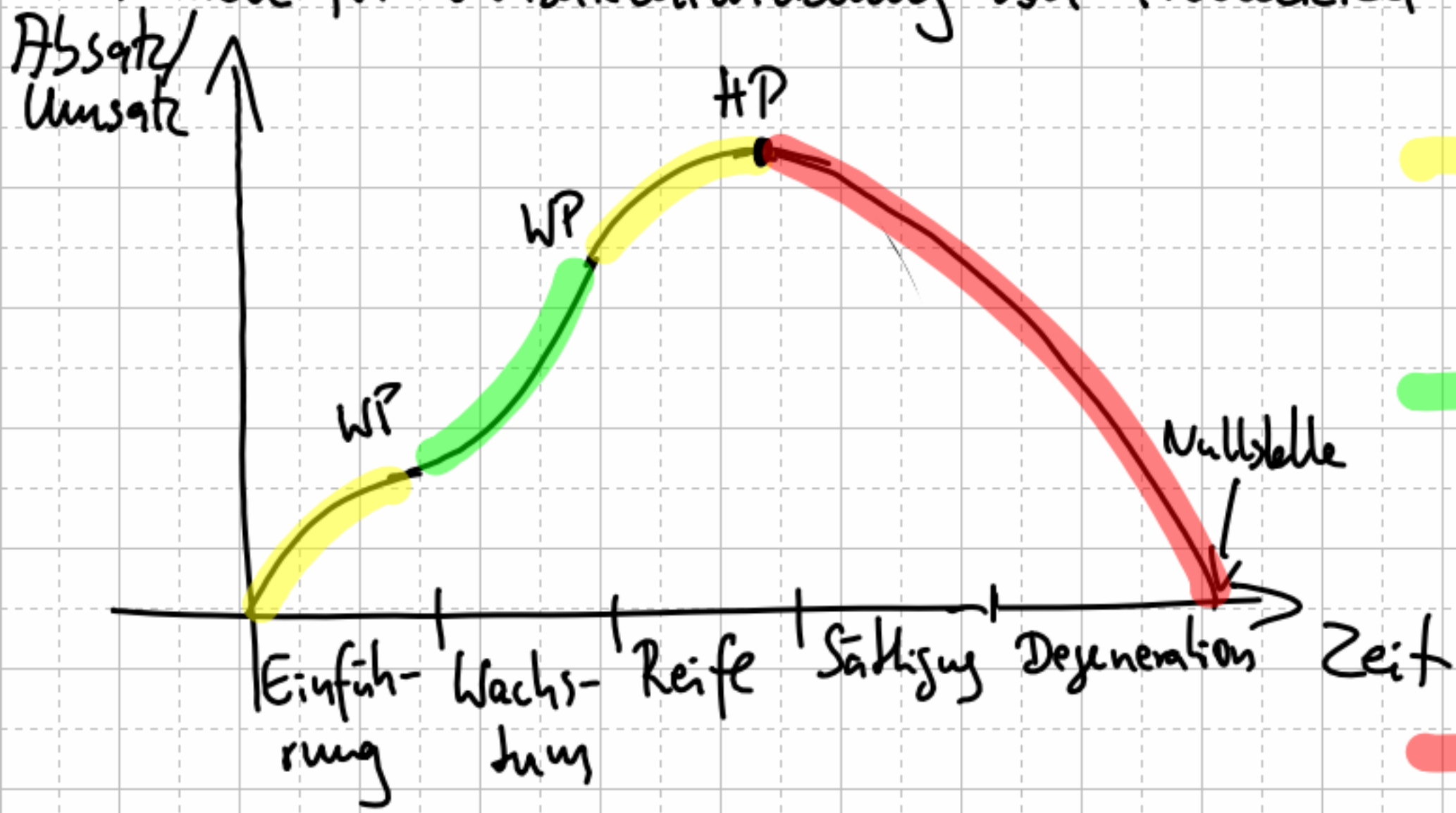


WGY12, MLK  
1.12.21

# Produktlebenszyklus

Modell für Umsatzentwicklung von Produkten am Markt (idealtypisch)



degressiv steigend  
Rechtskurve  $f''(x) < 0$

progressiv steigend  
Linkskurve  $f''(x) > 0$

negative Steigung  
 $f'(x) < 0$

positive Steigung  
 $f'(x) > 0$

## Klausurübungen, Aufgabe 3 c-f „Produktlebenszyklus“ (PLZ)

$$f(x) := -11x^4 + 300x^3 - 2443x^2 + 9977x$$

im CAS definieren

für d-f) Ableitungen definieren im CAS  $f_1(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$   $f_2(x) := \dots$   $f_3(x) := \dots$

c) Länge des PLZ: Nullstellen gesucht

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ und } x = 17,57$$

solve( $f(x)=0, x$ )  
zeros( $f(x), x$ )

Der PLZ hat eine Länge von 17,57 Monaten,  
also ca. 1,5 Jahre!

d) Beginn der Wachstumsphase: gesucht ist die 1. (kleinere) Wendestelle

(x-Wert reicht, da nur nach dem Zeitpunkt gefragt ist.)

Noch. Bed. für WP:  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3,74$  und  $x = 9,89$  solve( $f_2(x)=0, x$ )

Hinr. Bed. für WP:  $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ :  $f'''(3,74) = 812,64 \neq 0$   $f'''(9,89) = -810,96 \neq 0 \checkmark$

d) Die Wachstumsphase beginnt nach 3,7, also ca. 4 Monaten.

e) Behauptung: 15 Monate nach Markteinführung ist das Produkt vor der Sättigungsphase.

1. Lösung: HP bestimmen und  $x$ -Wert mit 15 vergleichen

$x_{HP} < 15 \Rightarrow$  Aussage falsch

$x_{HP} > 15 \Rightarrow$  " stimmt

2. Lösung: Steigung bei  $x=15$  berechnen:  $g'(15) > 0 \Rightarrow$  Aussage stimmt

$g'(15) < 0 \Rightarrow$  " falsch

---

$f'(15) = -9313 < 0 \Rightarrow$  Aussage falsch } Sättigungsphase beginnt  
Nöhr.-Bed. HP  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 13,4 \Rightarrow$  " } nach ca 13,5 Monaten!



W6Y12, MLK,  
3.12.21

## Fortsetzung Aufgabe 3 f (Produktlebenszyklus)

f) Produkt soll vom Markt genommen, wenn 20% der maximalen Absatzzahl erreicht werden.

1) Hochpunkt ermitteln

Notw. Bed. für HP:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 13,4$

Hinr. Bed. für HP:  $f'(x) = 0 \wedge f''(x) < 0$      $f''(13,4) = -4467,9 < 0$

y-Wert:  $f(13,4) = 62\,198,2 \Rightarrow \text{HP}(13,4 | 62\,198,2)$

Max. Absatzmenge: 62 198,2 wird nach 13,4 Monaten erreicht!

$\hookrightarrow 20\% \hat{=} 12\,439,6$

Zeitpunkt ermitteln:  $f(x) = 12\,439,6 \Leftrightarrow x = 2,01 \vee x = 17,2$     *solvel...*

Die Absatzmenge von 12439,6 wird nach ca. 2 und ca. 17 Monaten erreicht und sollte also nach 17,2 Monaten vom Markt genommen werden. Das ist kurz vor dem Ende des PLZ nach 17,57 Monaten.

## Aufgabe 3

a) gesucht: Funktion 4. Grades:  $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$   
→ benötigt wird ein (lineares) Gleichungssystem mit 5 Gleichungen (pro Unbekannter eine Gleichung),  $f(x) := a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$   
im CAS definieren

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(6) = 22\,458 \\ f(9) = 38\,439 \\ f(10) = 45\,470 \\ f(16) = 42\,128 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = -11 \\ b = 300 \\ c = -2443 \\ d = 9977 \\ e = 0 \end{array}$$

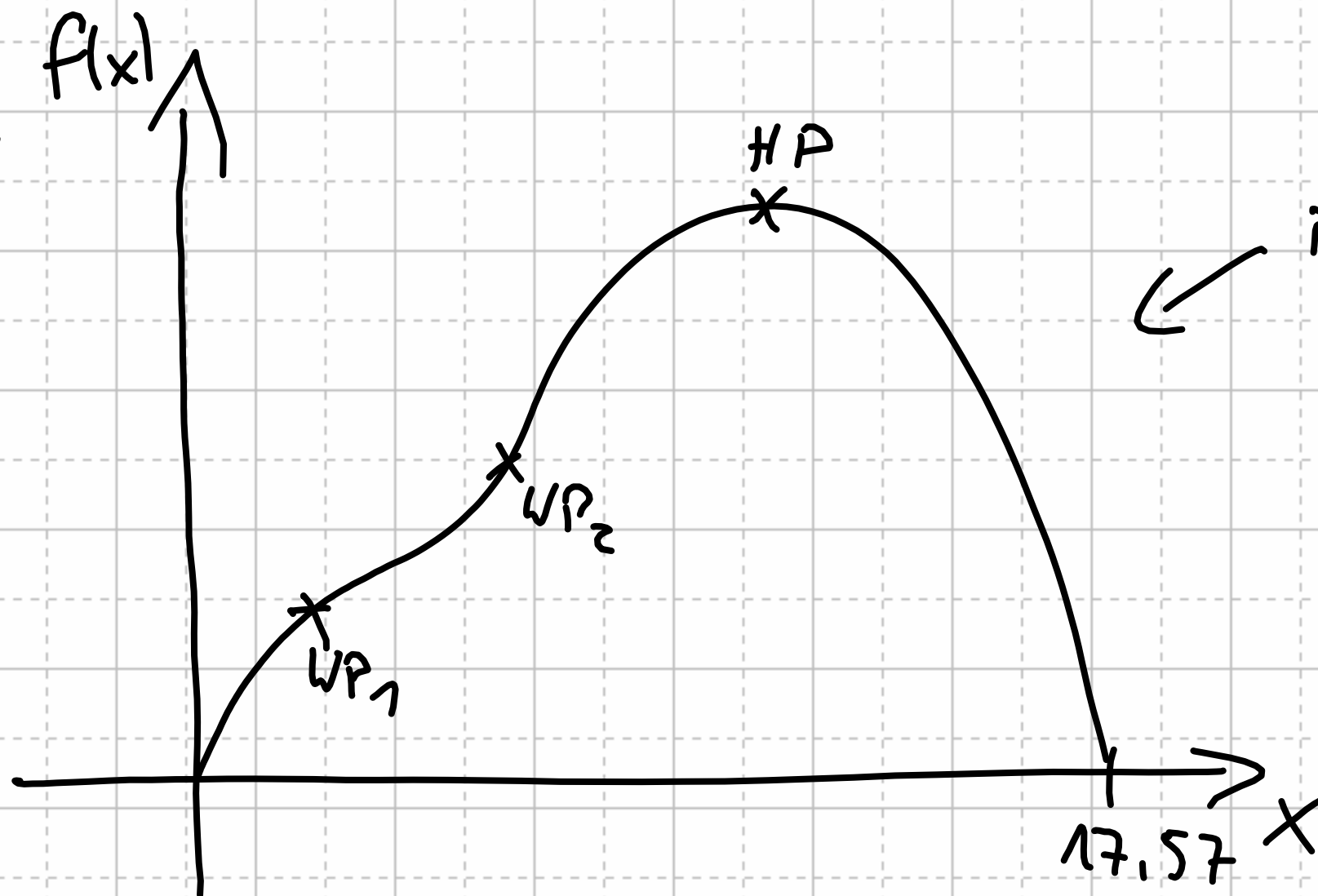
linsolve

menu → 3 → 7 → 2

Für b)  $f(x)$  neu definieren

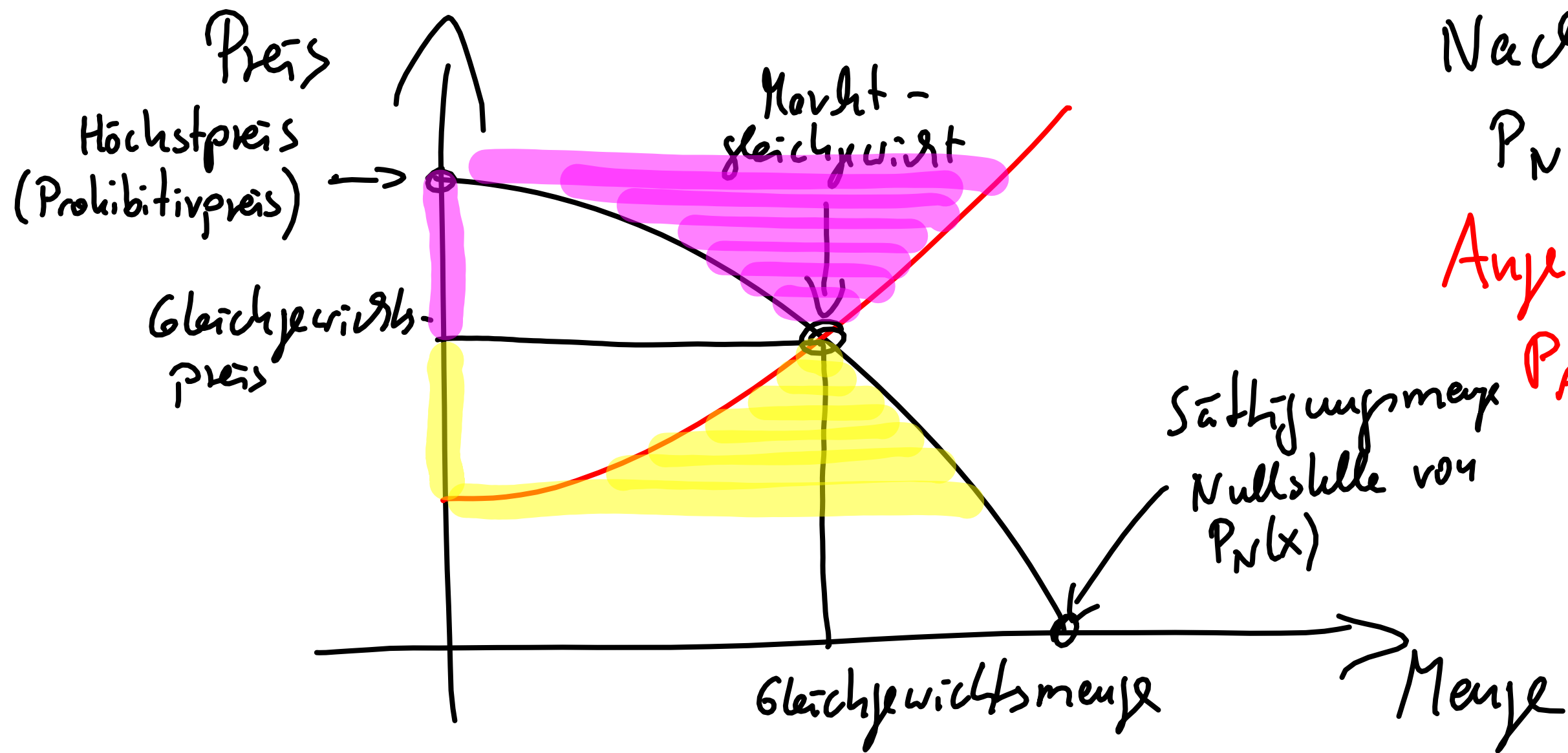
$$f(x) := -11 \cdot x^4 + 300 \cdot x^3 - 2443 \cdot x^2 + 9977 \cdot x$$

Skizze  $f(x)$



in c) bis f)  
HP und WP  
und Nullstellen  
untersucht.

# Angebot und Nachfrage



Nachfragefunktion  
 $P_N(x)$  fällt

Angebotsfunktion

$P_A(x)$  steigt

Marktgleichgewicht

$$P_N(x) = P_A(x)$$

Schnittpunkt

Preise, bei denen Nachfrageüberhang herrscht Angebot < Nachfrage

Preise, bei denen Angebotsüberhang herrscht Nachfrage < Angebot