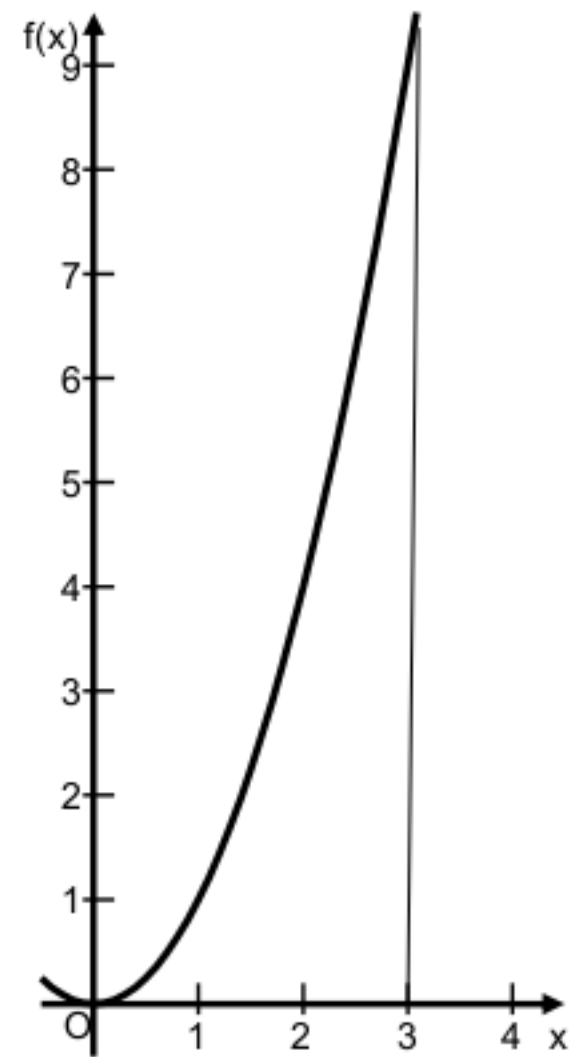


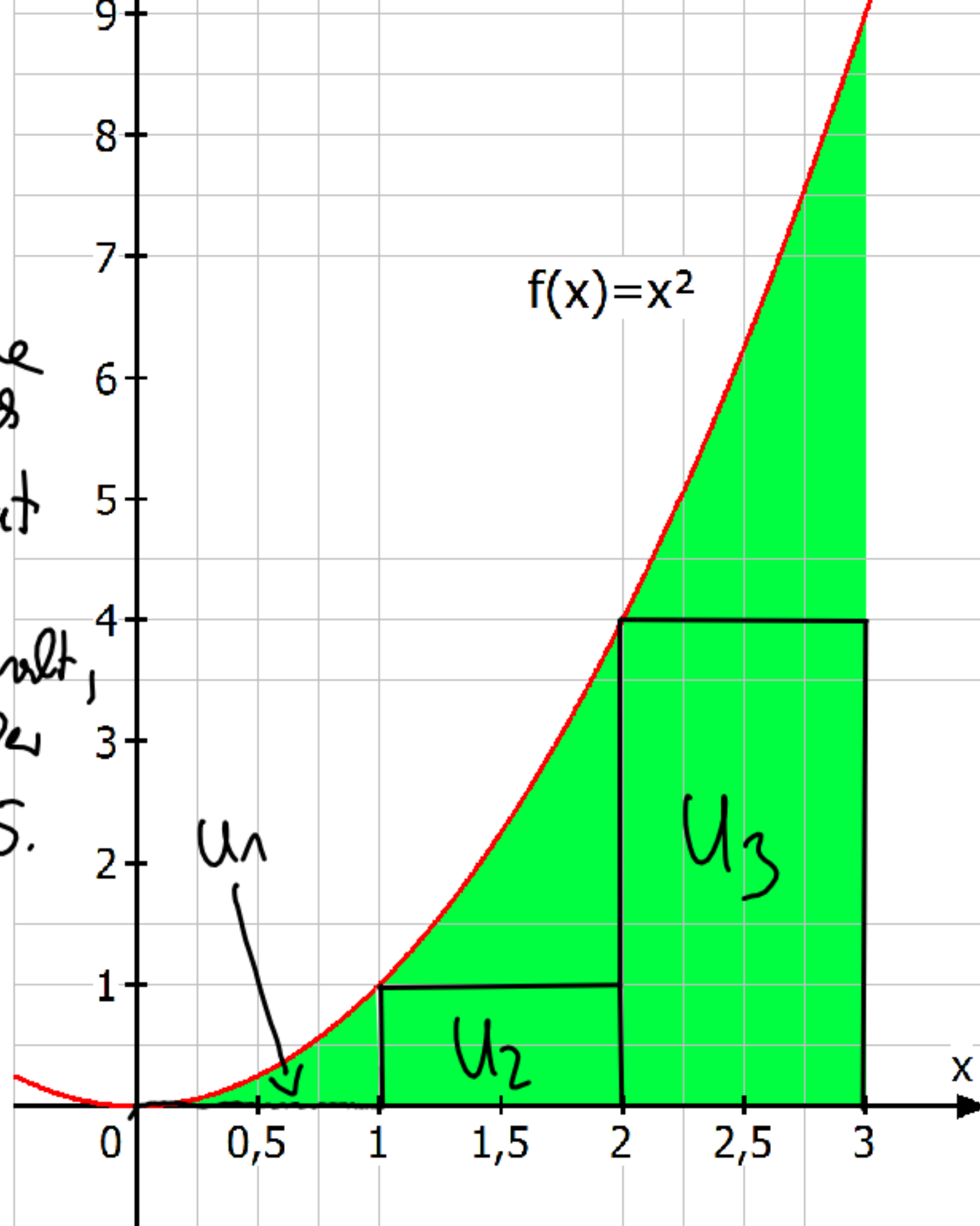
Aufgabe 1: Versuchen Sie, den Flächeninhalt der geometrischen Figur, die Sie bekommen haben, möglichst gut zu schätzen.



Schätzung: Die Fläche hat einen Flächeninhalt von _____.

Aufgabe 2: Zur besseren Anschauung ist die Fläche nun auf der nächsten Seite in etwas größerem Maßstab in einem Koordinatensystem dargestellt.

Die grüne Fläche hat einen Flächeninhalt, der größer ist als 5.



Flächen der Rechtecke

$$U_1 = 1 \cdot 0 = 0$$

$$U_2 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$U_3 = 1 \cdot 4 = 4$$

Summe der Rechteckflächen

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0 + 1 + 4 = 5$$

Flächeninhalte
der pinken
Rechtecke

$$U_1 = 0,5 \cdot 0 = 0$$

$$U_2 = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125$$

$$U_3 = 0,5 \cdot 1 = 0,5$$

$$U_4 = 0,5 \cdot 2,25 = 1,125$$

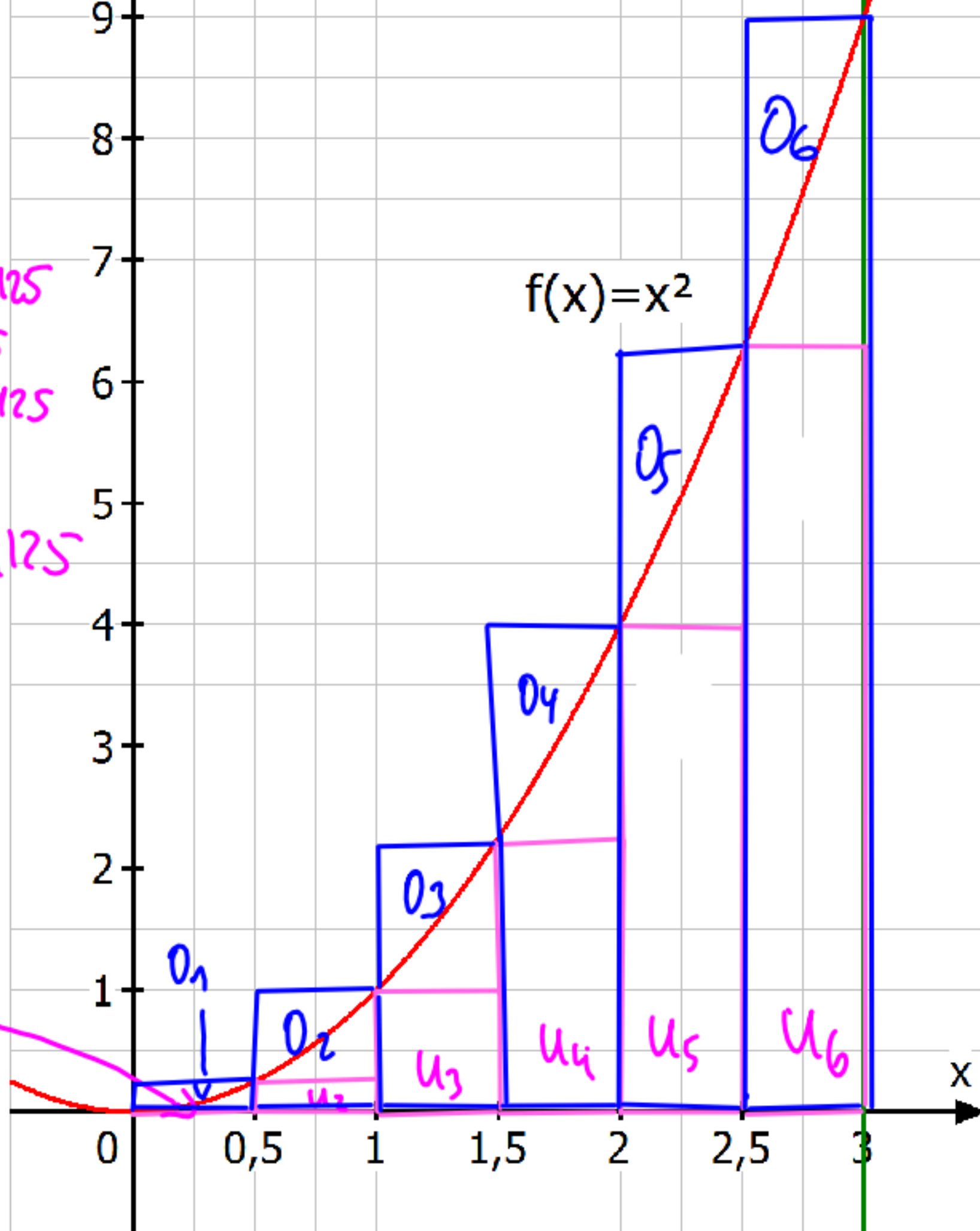
$$U_5 = 0,5 \cdot 4 = 2$$

$$U_6 = 0,5 \cdot 6,75 = 3,125$$

Summe

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6 = \underline{\underline{6,875}}$$

U_1



Flächeninhalte der
blauen Rechtecke

$$O_1 = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125$$

$$O_2 = 0,5 \cdot 1 = 0,5$$

$$O_3 = 0,5 \cdot 2,25 = 1,125$$

$$O_4 = 0,5 \cdot 4 = 2$$

$$O_5 = 0,5 \cdot 6,25 = 3,125$$

$$O_6 = 0,5 \cdot 9 = 4,5$$

Summe

$$O_1 + O_2 + O_3 + O_4 + O_5 + O_6 = \underline{\underline{11,375}}$$

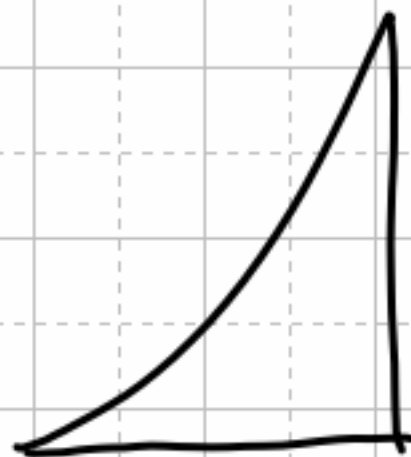
Mittelwert

$$\frac{6,875 + 11,375}{2} = 9,125$$

W6Y12, MLK

Integralrechnung

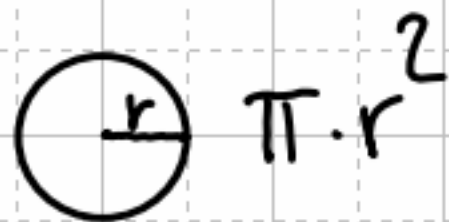
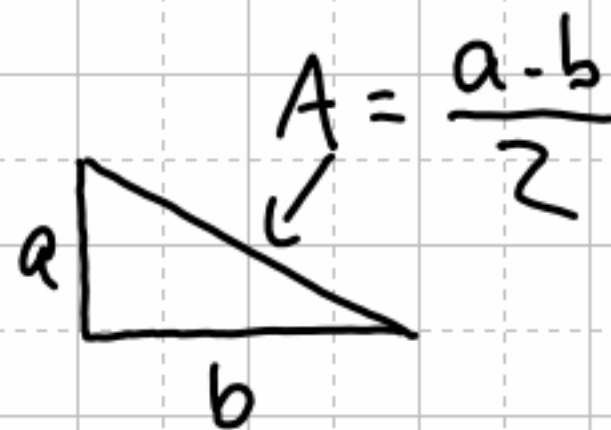
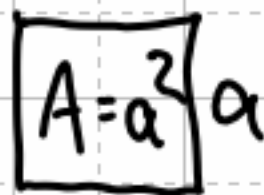
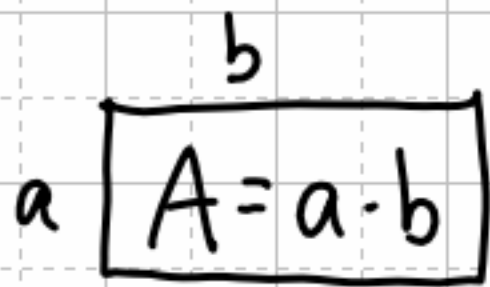
Einstieg: „Abschätzen“ des Flächeninhalts der Fläche



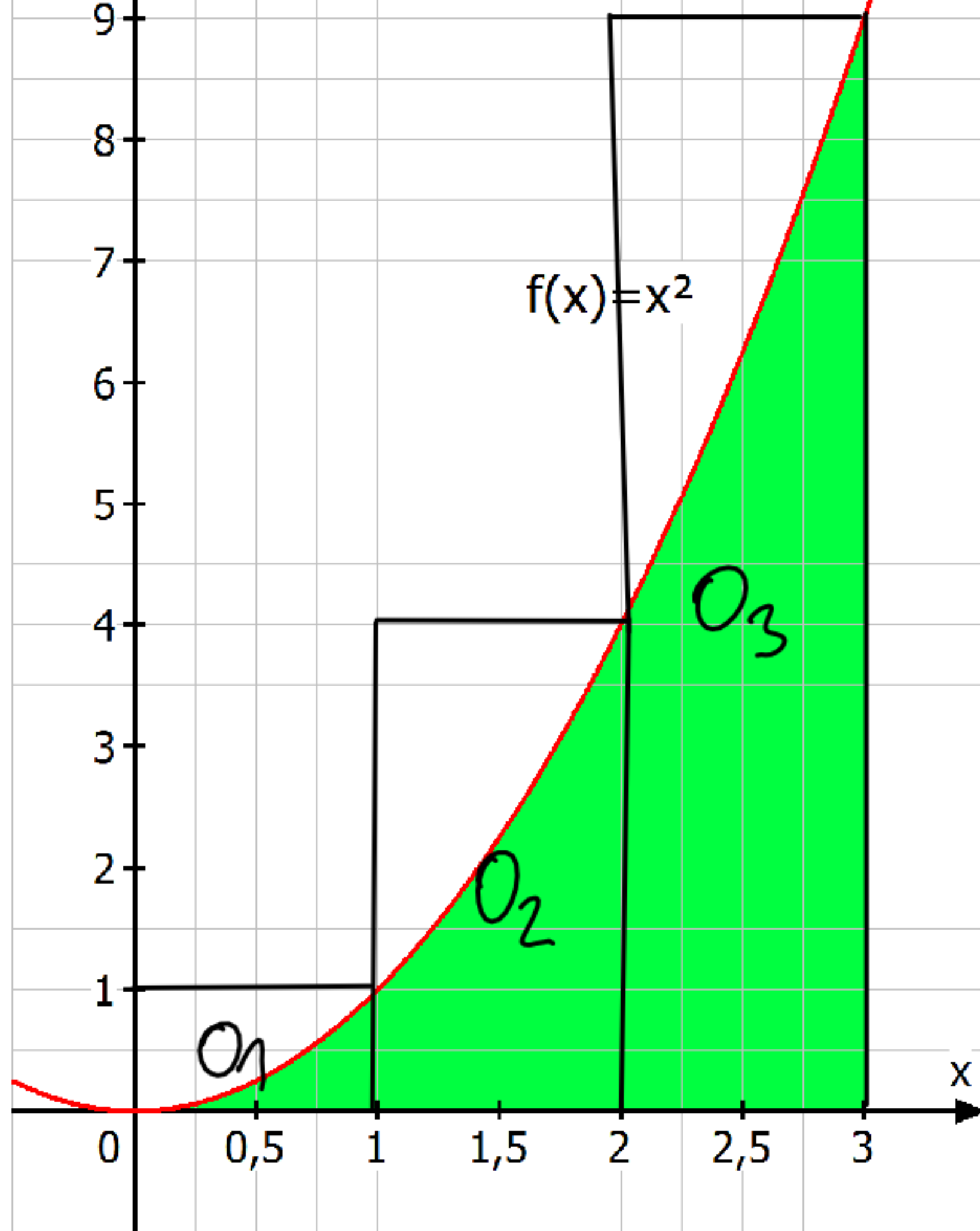
- Niko: $< 24,65 \text{ cm}^2$
- Robin: ~~$\approx 13 \text{ cm}^2$~~
- Noah: $10,75 \text{ cm}^2$
- Lukas: 9 cm^2
- Sina: ~~$13,5 \text{ cm}^2$~~
- Alyssa: ~~$13,5 \text{ cm}^2$~~
- Melina: ~~$12,75 \text{ cm}^2$~~
- Prasad: ~~$12,375 \text{ cm}^2$~~

Darina

Erinnerung Flächeninhalte:



Die gesuchte
grüne Fläche
hat einen
Flächeninhalt,
der kleiner ist,
als 14.



Fläche der
Rechtecke

$$O_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

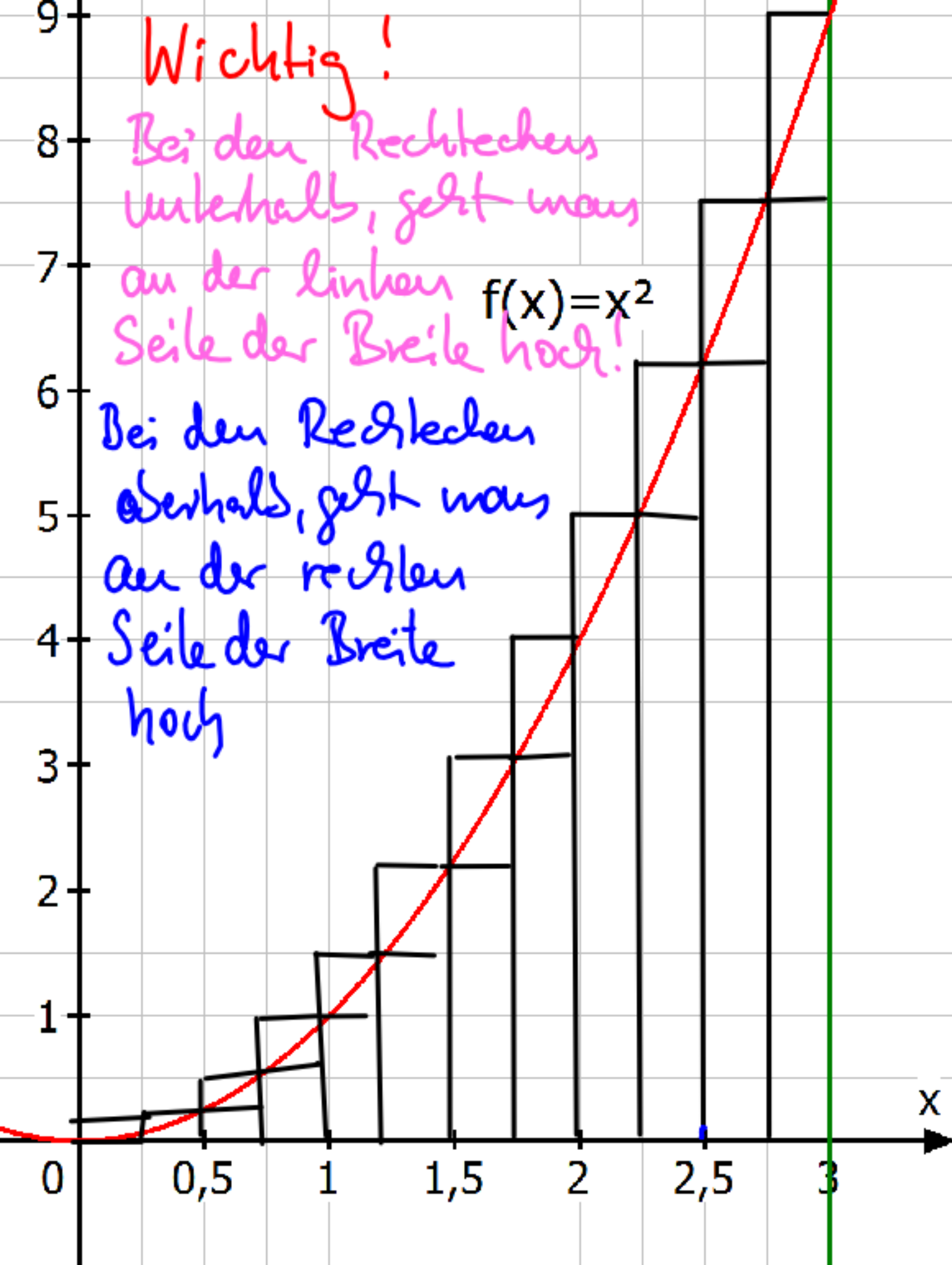
$$O_2 = 1 \cdot 4 = 4$$

$$O_3 = 1 \cdot 9 = 9$$

Summe der
Rechteckflächen

$$O_1 + O_2 + O_3 =$$

$$1 + 4 + 9 = 14$$



Idee für mehr Genauigkeit

Verringerung der Breite der Rechtecke
(z.B. auf 0,1)

⇒ Anzahl der Rechtecke erhöht
sich (z.B. auf 30 bei 0,1 Breite)

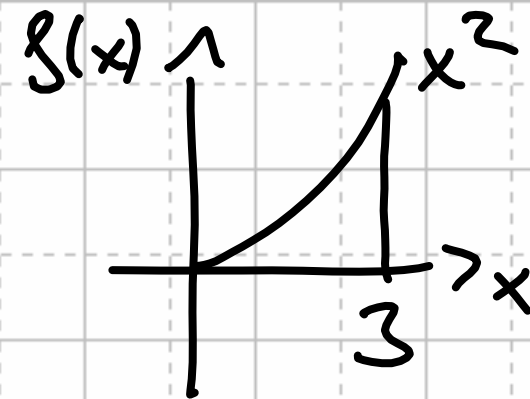
Frage: Wie kann man ohne
großen Aufwand die Flächen-
inhalte für mehr Rechtecke
berechnen und addieren?

↳ Formel für Summe von Rechteck-
flächen!

WGY12, MLK, 14.01.22

Wie müsste so eine Formel aussehen?

Breite der Rechtecke (bei n Rechtecke) : $\frac{3}{n}$



Höhe der Rechtecke (bei Rechtecken unterhalb)

$f(0), f(0 + \frac{3}{n}), f(0 + 2 \cdot \frac{3}{n}), f(0 + 3 \cdot \frac{3}{n}), \dots, f(0 + (n-1) \cdot \frac{3}{n})$
 $f(0), f(1 \cdot \frac{3}{n}), f(2 \cdot \frac{3}{n}), \dots, f((n-1) \cdot \frac{3}{n})$

Höhe der Rechtecke (bei Rechtecken oberhalb)

$f(1 \cdot \frac{3}{n}), f(2 \cdot \frac{3}{n}), f(3 \cdot \frac{3}{n}), \dots, f(n \cdot \frac{3}{n})$

Formel für Untersumme

$$U_n = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{3}{n} \cdot f\left(i \cdot \frac{3}{n}\right) \right)$$

Formel für Obersumme

$$O_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{3}{n} \cdot f\left(i \cdot \frac{3}{n}\right) \right)$$

$$U_n = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{1}{n} \cdot f\left(i \cdot \frac{3}{n}\right) \right)$$

vorher
 $f(x) := x^2$
definieren

$$O_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \cdot f\left(3 \cdot \frac{i}{n}\right) \right)$$

Test für $n=3$

$$U_3 = 5$$

$$O_3 = 14$$

$$u(n) := \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{3}{n} \cdot f\left(i \cdot \frac{3}{n}\right) \right)$$

$$u(3) = 5$$

$$u(6) = 6.875$$

$$O(n) := \sum_{i=1}^n \left(\frac{3}{n} \cdot f\left(i \cdot \frac{3}{n}\right) \right)$$

$$O(3) = 14$$

$$O(6) = 11.375$$