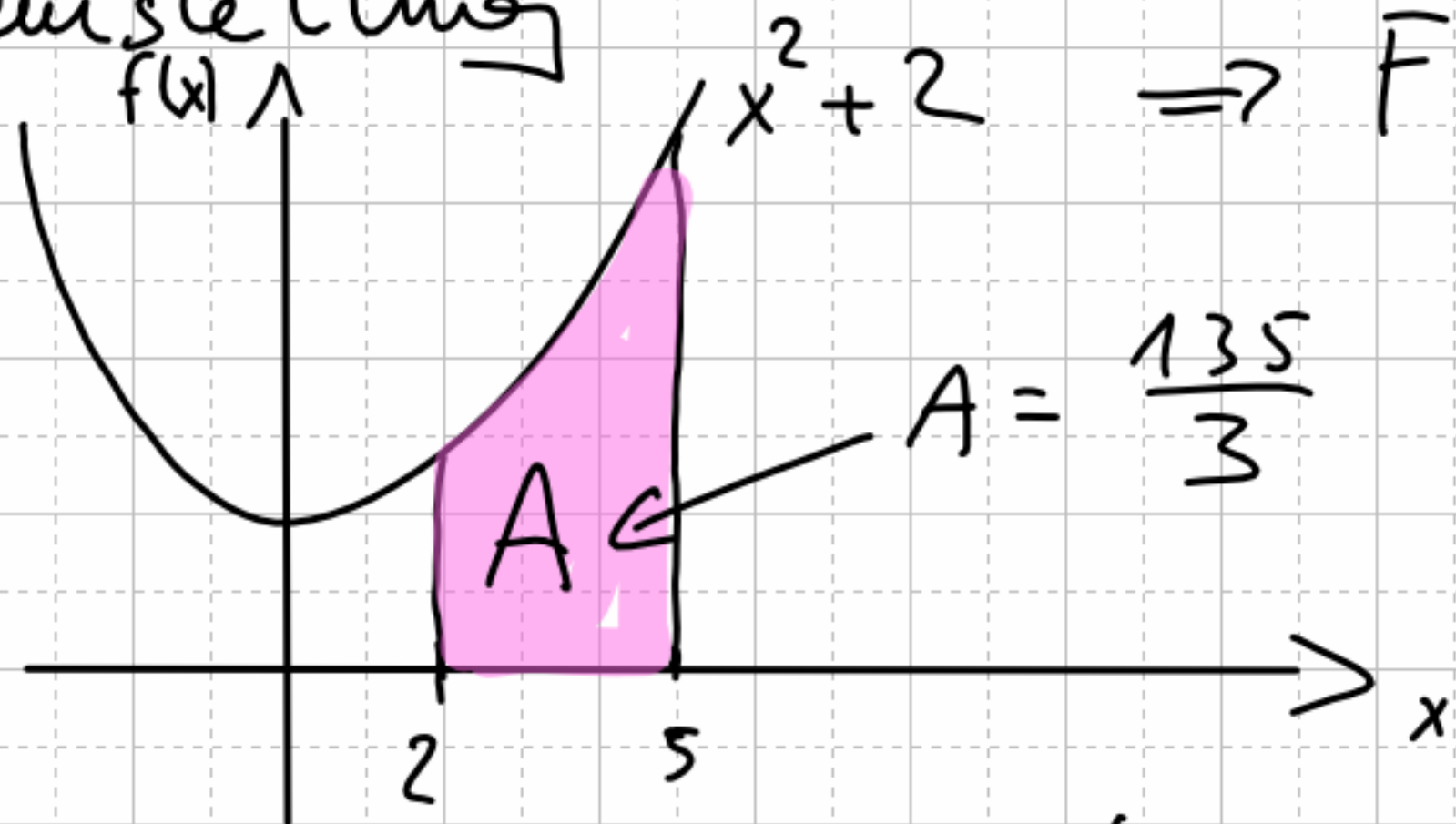


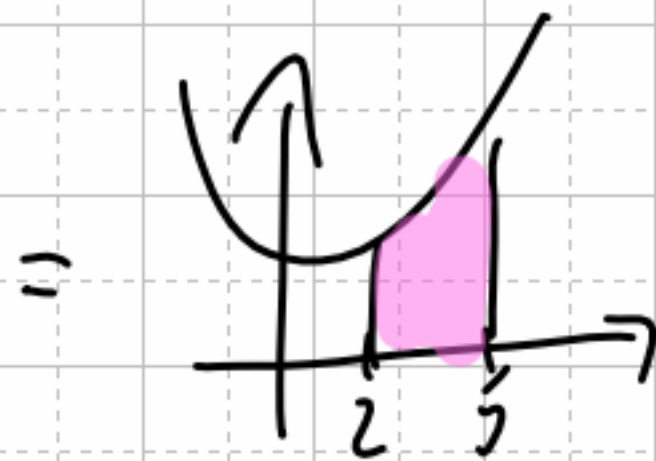
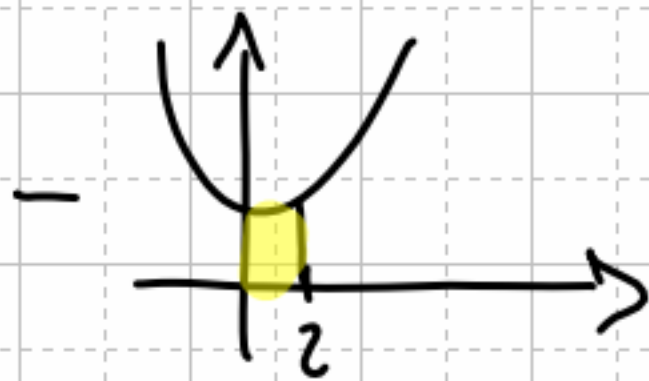
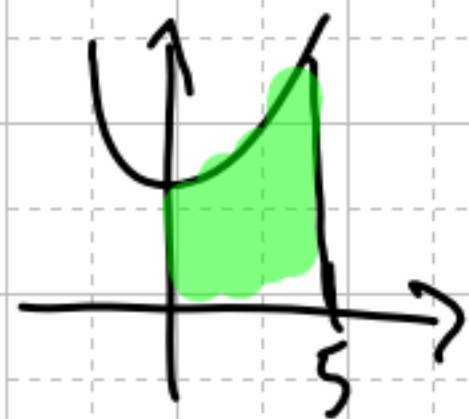
# Neue Problemstellung



$$\Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x$$

$$A = \frac{135}{3}$$

Vorschlag:



$$F(5) = \frac{5^3}{3} + 2 \cdot 5$$
$$= \frac{155}{3}$$

$$F(2) = \frac{2^3}{3} + 2 \cdot 2$$
$$= \frac{20}{3}$$

$$F(5) - F(2)$$
$$= \frac{155}{3} - \frac{20}{3} = \frac{135}{3}$$

### Stammfunktionen:

Wenn zwei Funktionen  $f(x)$  und  $F(x)$  in einem Intervall  $[a;b]$  definiert sind und dort für alle  $x \in [a;b]$  die Gleichung  $F'(x) = f(x)$  gilt, so heißt **F eine Stammfunktion von f** im Intervall  $[a;b]$ .

Falls in dem Intervall  $[a;b]$  alle Funktionswerte nicht negativ sind, so ist die Flächeninhaltsfunktion  $A$  eine Stammfunktion von  $f$ .

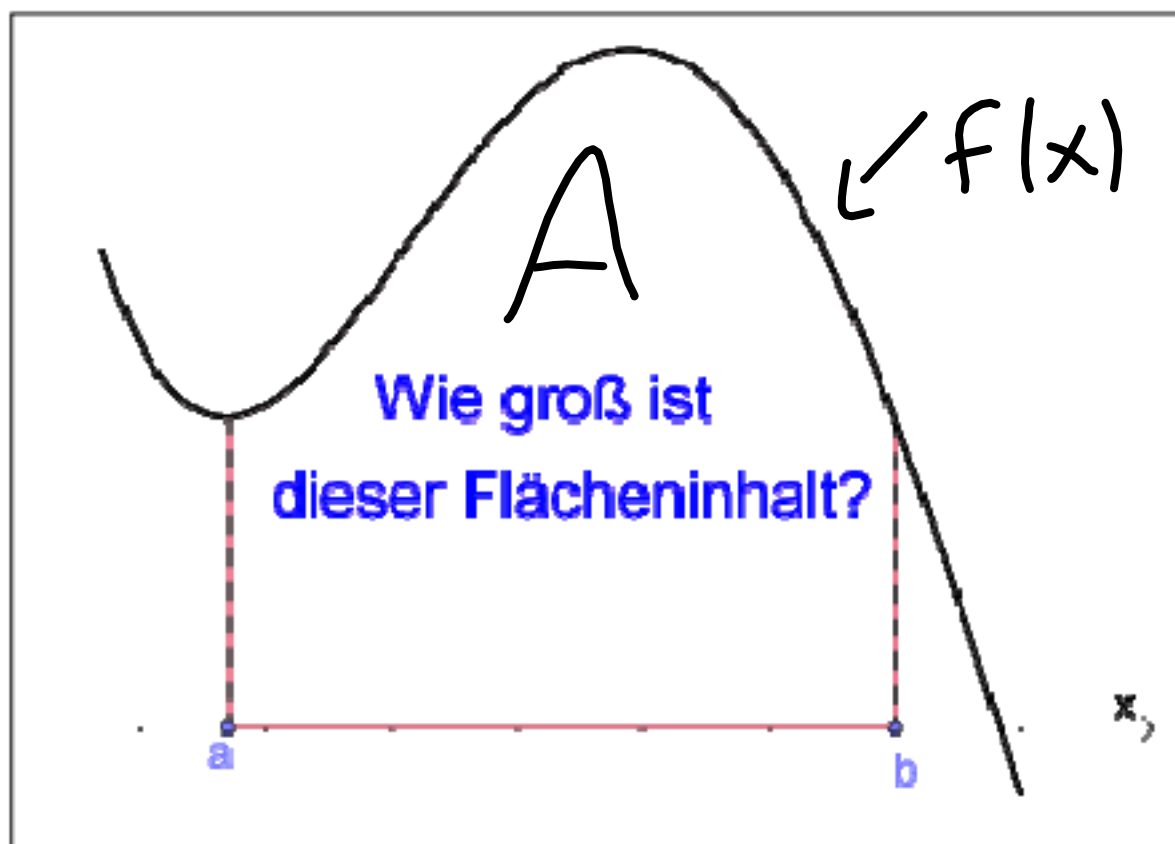
**Anmerkung:** Da Zahlen beim Ableiten wegfallen, gibt es unendlich viele Stammfunktionen  $F$  zu einer Funktion  $f$ .

**Beispiel:** Für  $f(x) = 2x$  ist  $F(x) = x^2$  eine Stammfunktion, da  $F'(x) = 2x = f(x)$  gilt.  
Aber  $F_4(x) = x^2 + 4$  oder  $F_6(x) = x^2 + 6$  oder  $F_{-3}(x) = x^2 - 3$  sind auch Stammfunktionen, da die Ableitungen aller Funktionen mit  $f(x)$  identisch sind.

### Anwendung von Stammfunktionen

Für eine Funktion  $f(x)$  kann der Flächeninhalt der Fläche zwischen der  $x$ -Achse und dem Graphen von  $f(x)$  in den Grenzen  $a$  und  $b$  (siehe Skizze unten) berechnet werden, indem man eine Stammfunktion bildet, die Grenzen  $b$  und  $a$  in die Stammfunktion einsetzt und die Ergebnisse voneinander subtrahiert.

Schreibweise:  $A = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

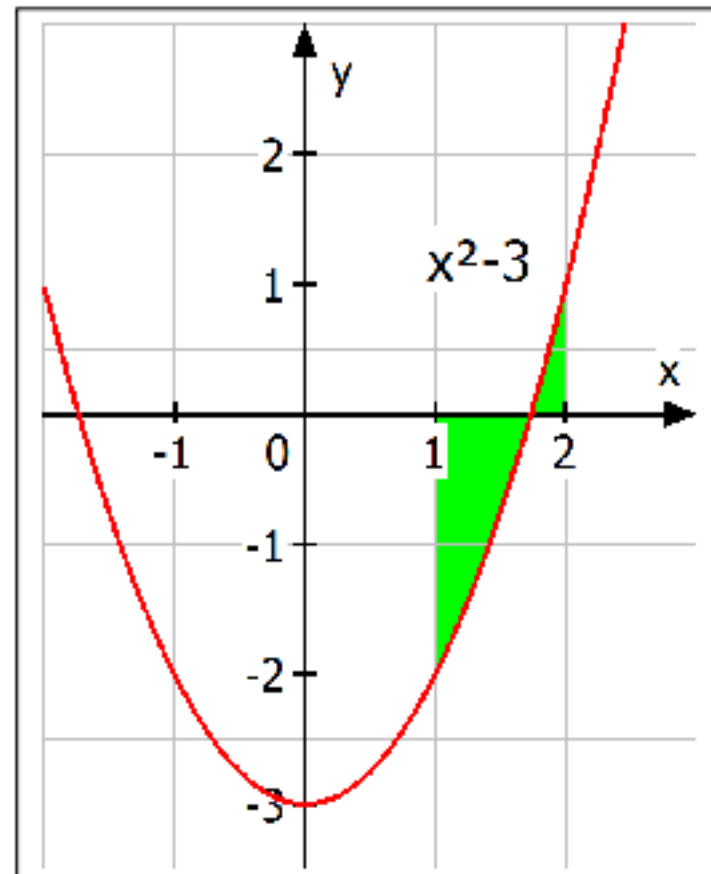
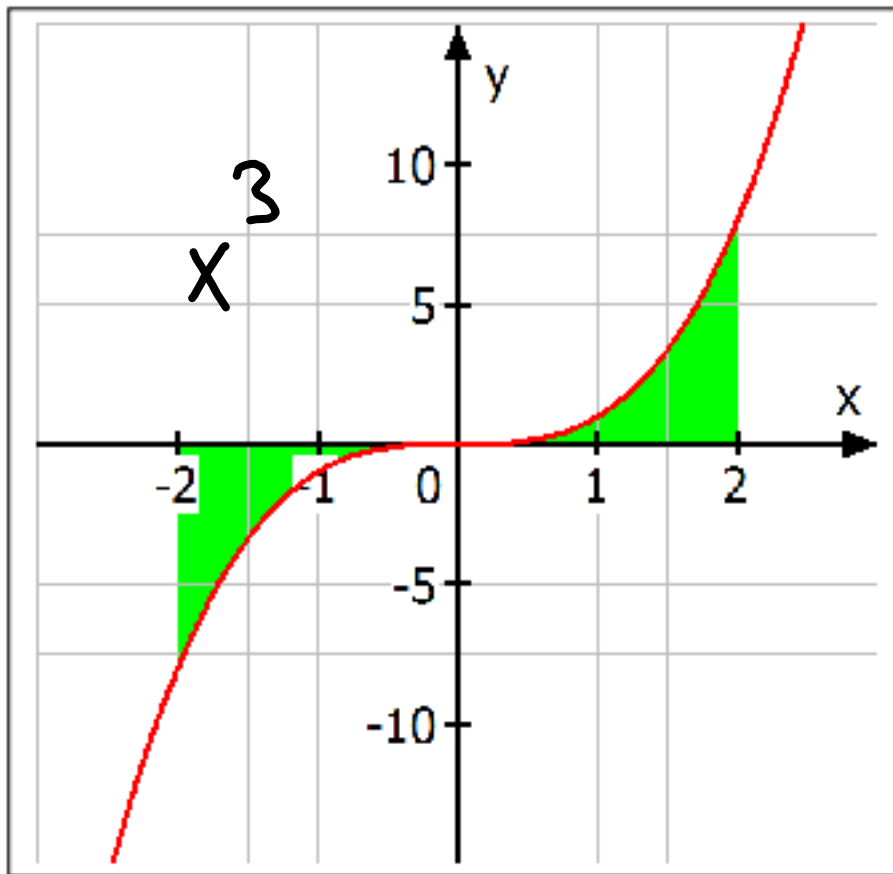
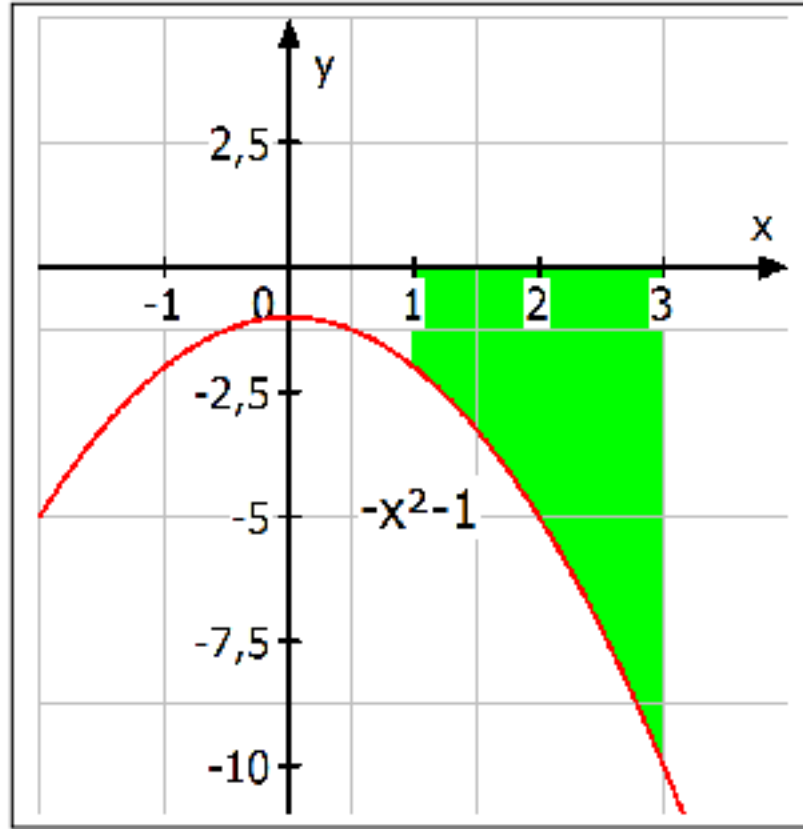
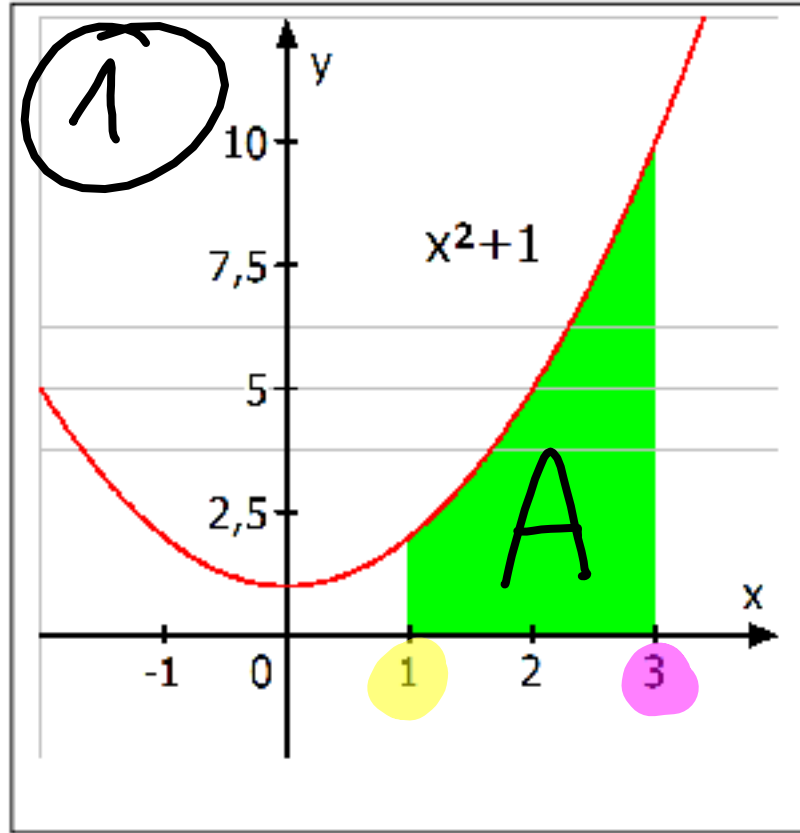


WSG/12, MLG  
31.01.22

$$A = F(x) \Big|_a^b$$
$$= F(b) - F(a)$$

Aufgabe 1:

Berechnen Sie den Flächeninhalt der markierten Fläche mit den bisher bekannten Methoden und der neuen Schreibweise!



① Neue Schreibweise

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$\begin{aligned}
 A &= \left. \frac{x^3}{3} + x \right|_1^3 = F(3) - F(1) \\
 &= \left( \frac{3^3}{3} + 3 \right) - \left( \frac{1^3}{3} + 1 \right) \\
 &= 12 - \frac{4}{3} \\
 &= \frac{32}{3} \approx 10,6
 \end{aligned}$$

CAS:  $f(x) := x^2 + 1$

$Sf(x) := \int f(x) dx$

$Sf(3) - Sf(1) =$

Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt!