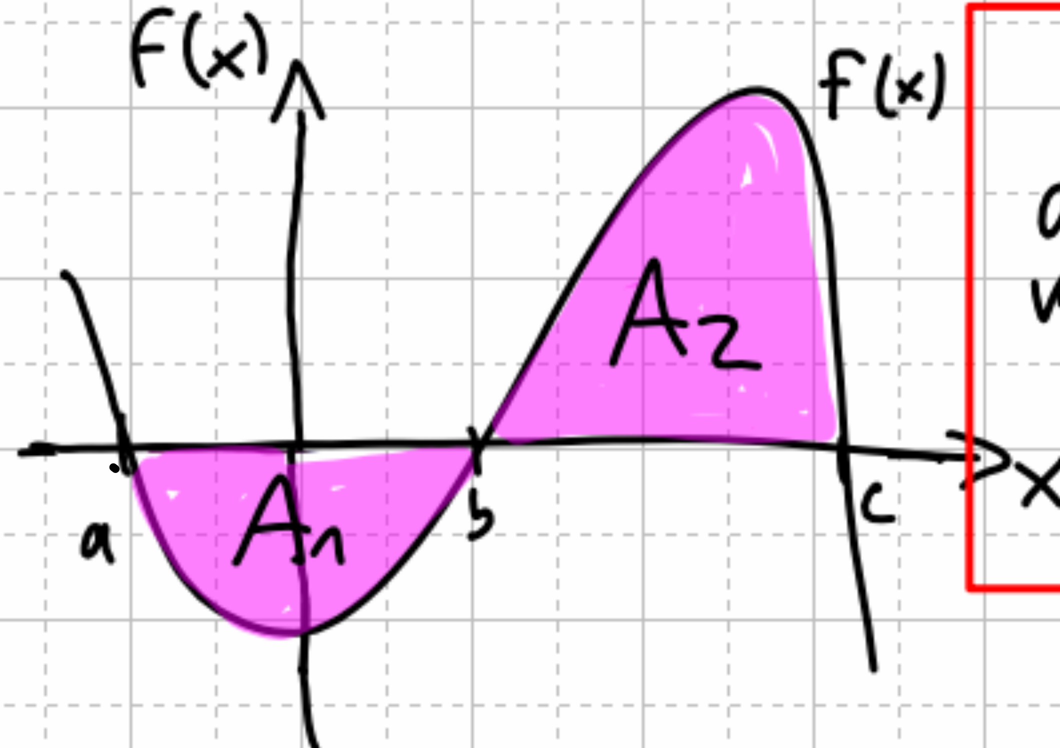
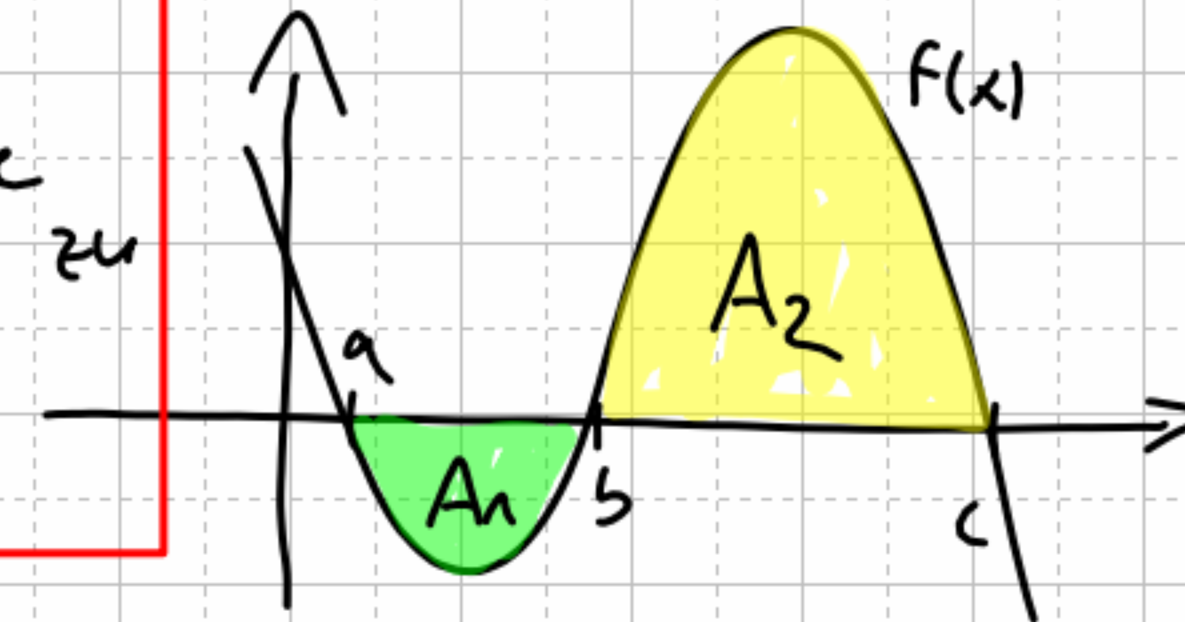
Fläche, die von Graph und x-Achse eingeschlossen wird

Skizze



Flächen abschnittsweise von Nullstelle zu Nullstelle berechnen



$$A = A_1 + A_2 = \left| \int_a^b f(x)\,dx \right| + \int_b^c f(x)\,dx$$

Betragsstriche sind nötig, wenn eine Teilfläche negativ orientiert ist (also unterhalb der x-Achse ist)

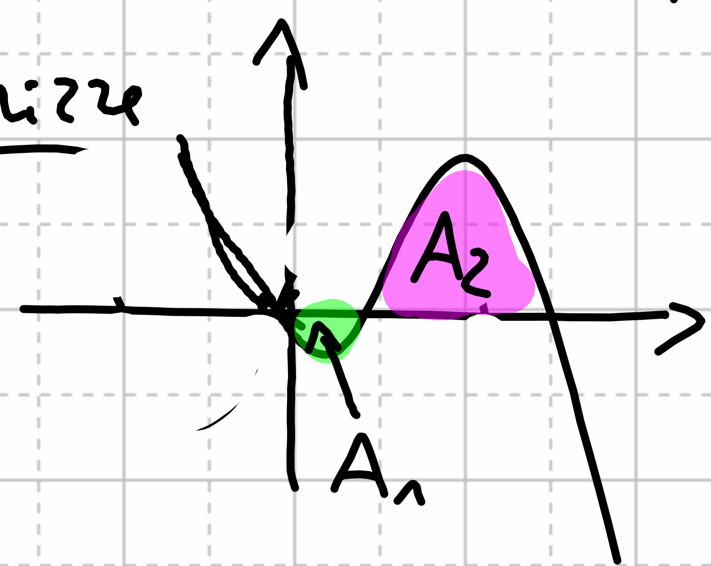
↳ Fläche, die von Graph und x-Achse eingeschlossen wird

$$A = \int_a^c f(x)\,dx$$ gibt die „Flächenbilanz" an, in der Skizze vermutlich einen positiven Wert, da A_2 größer ist als A_1

S. 369, Nr. 4

Fläche, die von Graph und x-Achse eingeschlossen wird $\quad f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{5}{3}x$

Skizze



1) Nullstellenberechnung

$f(x) = 0 \iff x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 5$

mit solve oder zeros

$$A = A_1 + A_2 = \left| \int_0^1 f(x)\,dx \right| + \int_1^5 f(x)\,dx = \left| -0{,}25 \right| + 10{,}67 = 10{,}92$$

Betragsstriche im CAS: $|\square|$

Die vom Graphen und der x-Achse eingeschlossene Fläche hat einen Flächeninhalt von 10,92 Flächeneinheiten (FE).

S. 369, Nr. 4 ohne CAS

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{5}{3}x \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{-\frac{1}{3}x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{\frac{5}{3}x^2}{2} = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{6}x^2$$

$$\left| \int_0^1 f(x)\,dx \right| + \int_1^5 f(x)\,dx = \left| F(1) - F(0) \right| + F(5) - F(1)$$

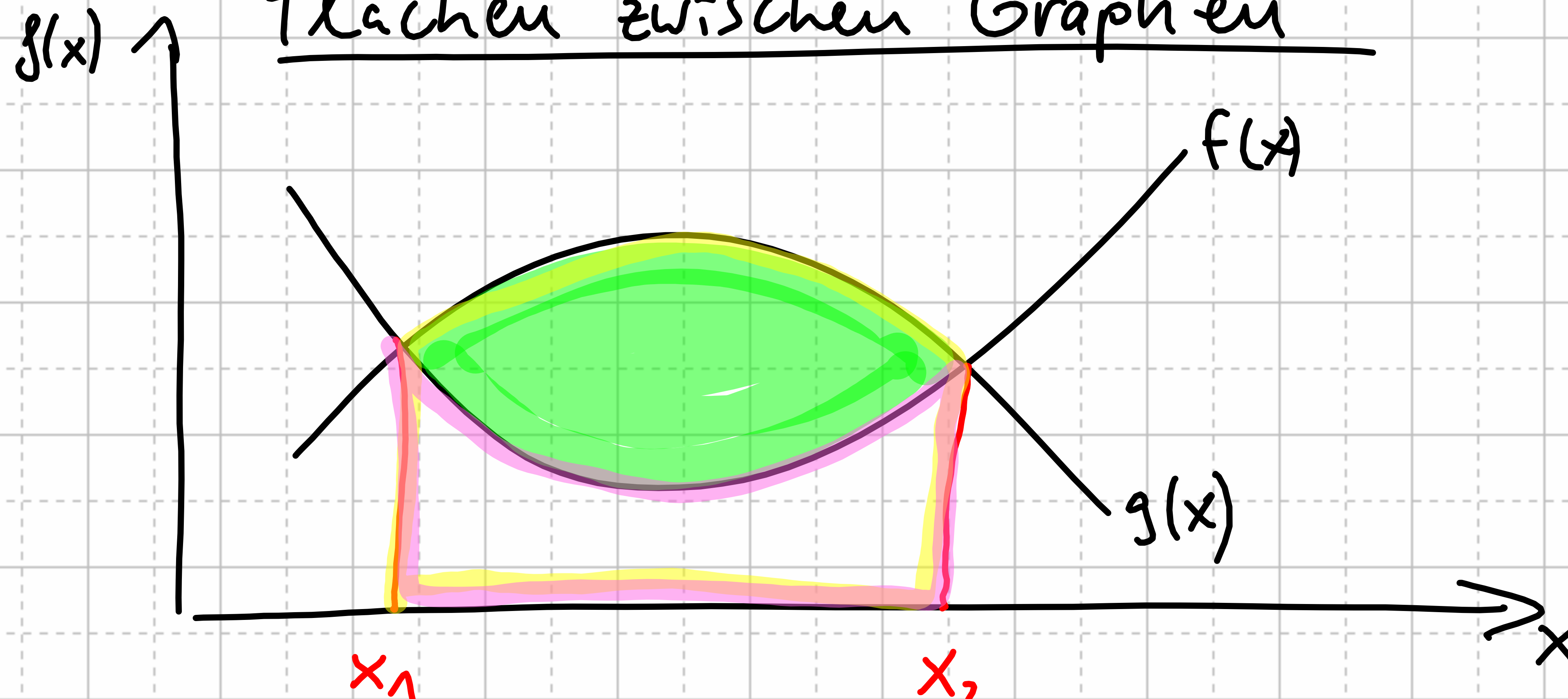
$$= \left| -\frac{1}{12}\cdot 1^4 + \frac{2}{3}\cdot 1^3 - \frac{5}{6}\cdot 1^2 - \left(-\frac{1}{12}\cdot 0^4 + \frac{2}{3}\cdot 0^3 - \frac{5}{6}\cdot 0^2\right) \right| + \left(-\frac{1}{12}\cdot 5^4 + \frac{2}{3}\cdot 5^3 - \frac{5}{6}\cdot 5^2\right) - \left(-\frac{1}{12}\cdot 1^4 + \frac{2}{3}\cdot 1^3 - \frac{5}{6}\cdot 1^2\right)$$

$$= \left| -0{,}25 \right| + 10{,}67 = 0{,}25 + 10{,}67 = \underline{\underline{10{,}92}}$$

Flächen zwischen Graphen

Übung: S. 374, Nr. 2

Bsp.:



$$\int_{x_1}^{x_2} g(x)\,dx - \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

Vorgehen:

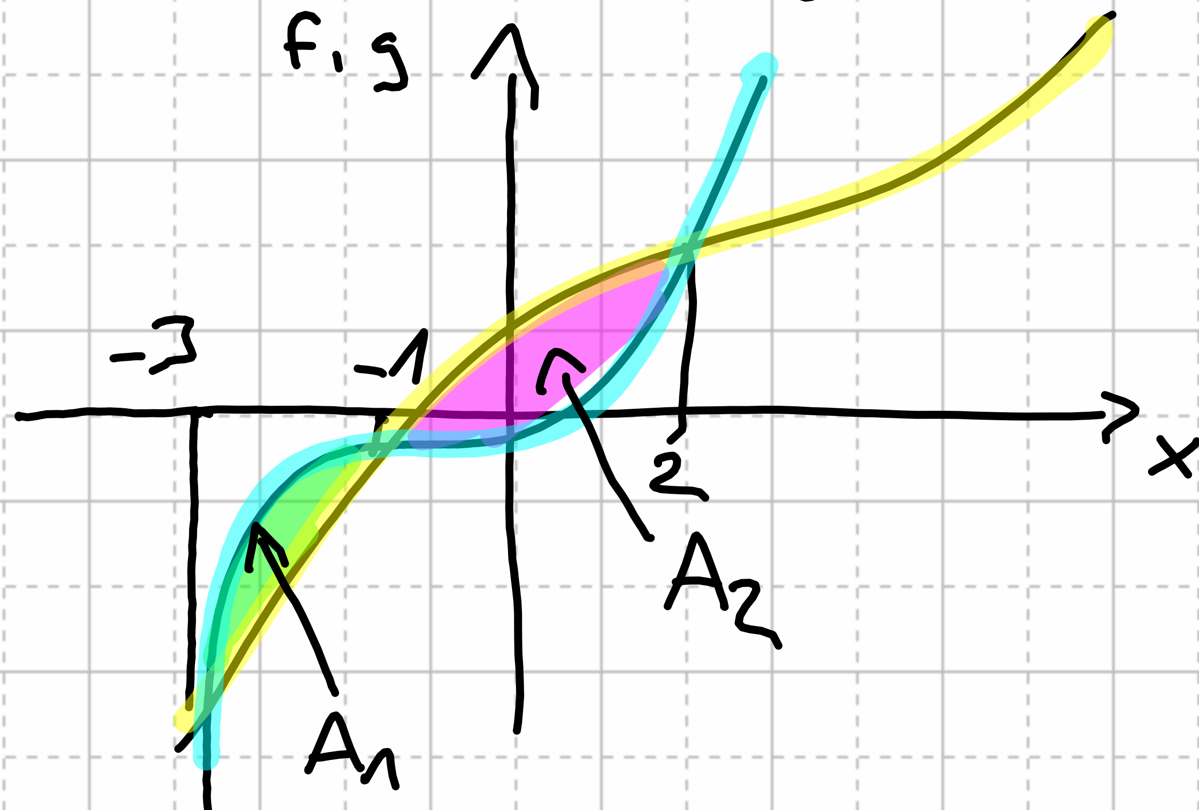
1) $\boxed{\text{Schnittstellen}}$ von f und g berechnen
2) Flächen zwischen Graph von f und x-Achse und Graph von g und x-Achse
3) Flächen abziehen („richtig rum")

Sollte es mehrere Teilflächen geben, müsste man abschnittsweise von Schnittstelle zu Schnittstelle die Flächen berechnen!

S. 374, Nr. 2 Fläche zwischen f(x) und g(x)

$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2$ $g(x) = x^3 + 5x + 4$

Skizze:



$A_1 = \int_{-3}^{-1} f(x)\,dx - \int_{-3}^{-1} g(x)\,dx = 5,\overline{3}$

$A_2 = \int_{-1}^{2} g(x)\,dx - \int_{-1}^{2} f(x)\,dx = 15,75$

$\Rightarrow A_1 + A_2 = \underline{\underline{21.08\overline{3}}} = 21\frac{1}{12}$