WGY12, 18.02.22

Kosten- und Erlösfunktionen aus Grenzkosten und Grenzerlösen

Wiederholung S. 4 Aufgabe 11

Monopolist: gegeben $E'(x) = -70x^1 + 3500$ → Grenzerlösfunktion

$K'(x) = 0{,}75x^2 - 60x + 1250$ → Grenzkostenfunktion

⇒ gesucht sind Stammfunktionen von $E'(x)$ und $K'(x)$

$$E(x) = -35x^2 + 3500x$$

mathematisch wäre eine Konstante $+C$ möglich, aber bei der Erlösfunktion ökonomisch nicht sinnvoll.

$$K(x) = 0{,}25x^3 - 30x^2 + 1250x + 20000$$

Beim Bestimmen der Kostenfunktion müssen Fixkosten berücksichtigt werden.

$$G(x) = E(x) - (K(x)) = -35x^2 + 3500x - (0{,}25x^3 - 30x^2 + 1250x + 20000)$$

$$= -35x^2 + 3500x - 0{,}25x^3 + 30x^2 - 1250x - 20000 = -0{,}25x^3 - 5x^2 + 2250x - 20000$$

Integrationsregeln Buch S. 366 – S. 368 oben

Faktorregel:

$$\int_a^b c \cdot f(x)\,dx = c \cdot \int_a^b f(x)\,dx$$

Beweis: $\boxed{\int_a^b c \cdot f(x)\,dx} = \left[c \cdot F(x)\right]_a^b = c \cdot F(b) - c \cdot F(a)$ Ausklammern

$$= c \cdot \left(F(b) - F(a) \right) \boxed{= c \cdot \int_a^b f(x)\,dx}$$

Bsp.: $\int_0^1 4 \cdot e^x\,dx = 4 \cdot \int_0^1 e^x\,dx = 4 \cdot \left[e^x\right]_0^1 = 4 \cdot \left(e^1 - e^0\right) = 4e - 4$

$e^0 = 1$

hier ist $f(x) = e^x$

hier ist $F(x) = e^x$ ⇒ Die Stammfunktion von e^x ist e^x.

Summenregel $\int_a^b (f(x)+g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$

Beweis:

$$\boxed{\int_a^b (f(x)+g(x))\,dx} = \Big[F(x)+G(x)\Big]_a^b = \big(F(b)+G(b)\big)-\big(F(a)+G(a)\big)$$

$$= F(b)+G(b)-F(a)-G(a) = \underbrace{F(b)-F(a)}_{\int_a^b f(x)\,dx}\underbrace{+G(b)-G(a)}_{\int_a^b g(x)\,dx}$$

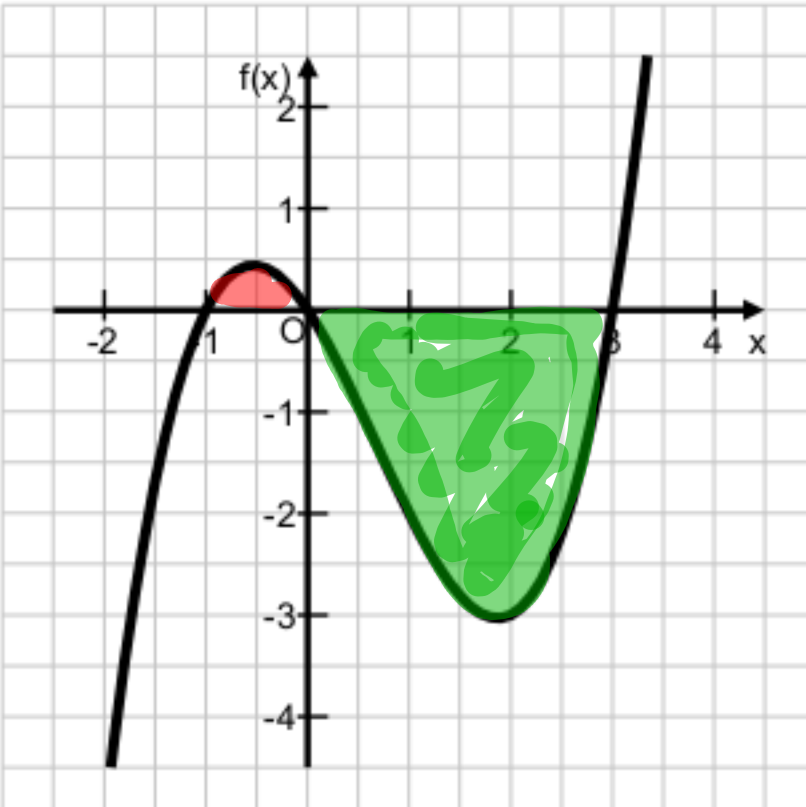
$$\boxed{= \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx}$$

Bsp.: $\int_0^2 2x+1\,dx = \left[x^2+1x\right]_0^2 = (2^2+1\cdot 2)-(0^2+1\cdot 0) = 6-0 = \underline{\underline{6}}$

$\int_0^2 2x\,dx + \int_0^2 1\,dx = \left[x^2\right]_0^2 + \left[1x\right]_0^2 = (2^2-0^2)+(1\cdot 2-1\cdot 0) = 4+2 = \underline{\underline{6}}$

Aufgabe 13

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0{,}5x^3 - x^2 - 1{,}5x$.



a) Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von f(x) und der x-Achse eingeschlossen wird.

b) Bestimmen Sie die Integralfunktion $J_{-1}(x)$. (ohne Taschenrechner)

c) Beschreiben Sie kurz die Bedeutung der Integralfunktion allgemein und interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung $J_{-1}(0{,}533) = 0$.

a) $f(x) = 0{,}5x^3 - x^2 - 1{,}5x$

im CAS definieren

Integrationsgrenzen (Nullstellen)

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 3$

solve zeros

$$A = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx + \left|\int_{0}^{3} f(x)\,dx\right| = 0{,}29 + 5{,}625$$

$$\approx 5{,}92$$

Die Fläche hat einen Flächeninhalt von 5,92 FE.

b) $$I_{-1}(x) = \int_{-1}^{x} 0{,}5\cdot t^3 - t^2 - 1{,}5\cdot t\ dt = \left[0{,}125\cdot t^4 - \frac{1}{3}\cdot t^3 - 0{,}75\cdot t^2\right]_{-1}^{x}$$