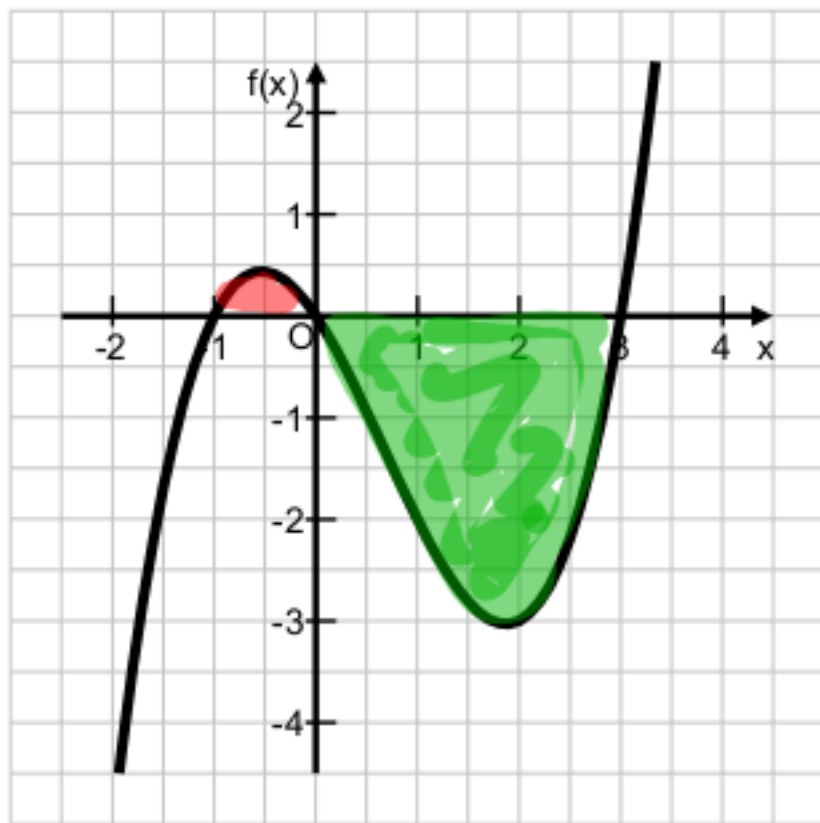


Aufgabe 13

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0,5x^3 - x^2 - 1,5x$.



- Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossen wird.
- Bestimmen Sie die Integralfunktion $J_1(x)$. (ohne Taschenrechner)
- Beschreiben Sie kurz die Bedeutung der Integralfunktion allgemein und interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung $J_1(0,533) = 0$.

$$a) f(x) = 0,5x^3 - x^2 - 1,5x$$

im CAS
definieren

Integrationsgrenzen (Nullstellen)

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 3$$

solue
zeros

$$A = \int_{-1}^0 f(x) dx + \left| \int_0^3 f(x) dx \right| = 0,29 + 5,625 \approx 5,92$$

Die Fläche hat einen Flächeninhalt von 5,92 FE.

$$b) \int_{-1}^x (0,5 \cdot t^3 - t^2 - 1,5 \cdot t) dt = \left[0,125 \cdot t^4 - \frac{1}{3} \cdot t^3 - 0,75 \cdot t^2 \right]_{-1}^x$$

$$= 0,125x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 0,75x^2 - \left(0,125 \cdot (-1)^4 - \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - 0,75 \cdot (-1)^2 \right) =$$

$$= -\frac{7}{24}$$

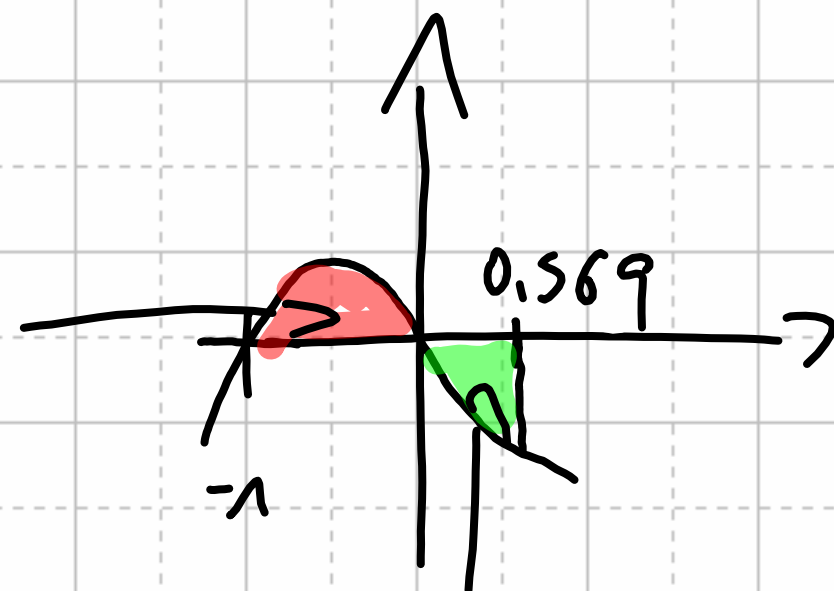
$$0,125x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 0,75x^2 + \frac{7}{24} = \bar{I}_{-1}(x)$$

c) Einsetzen einer Zahl für x liefert die Flächenbilanz der positiv und negativ orientierten Flächen zwischen dem Graphen von $f(t)$ der x -Achse und den Senkrechten durch -1 und der Zahl, die eingesetzt wird.

$$\bar{I}_{-1}(0,569) = 0$$

positiv orientiert

$$\int_{-1}^0 f(t) dt = 0,29$$



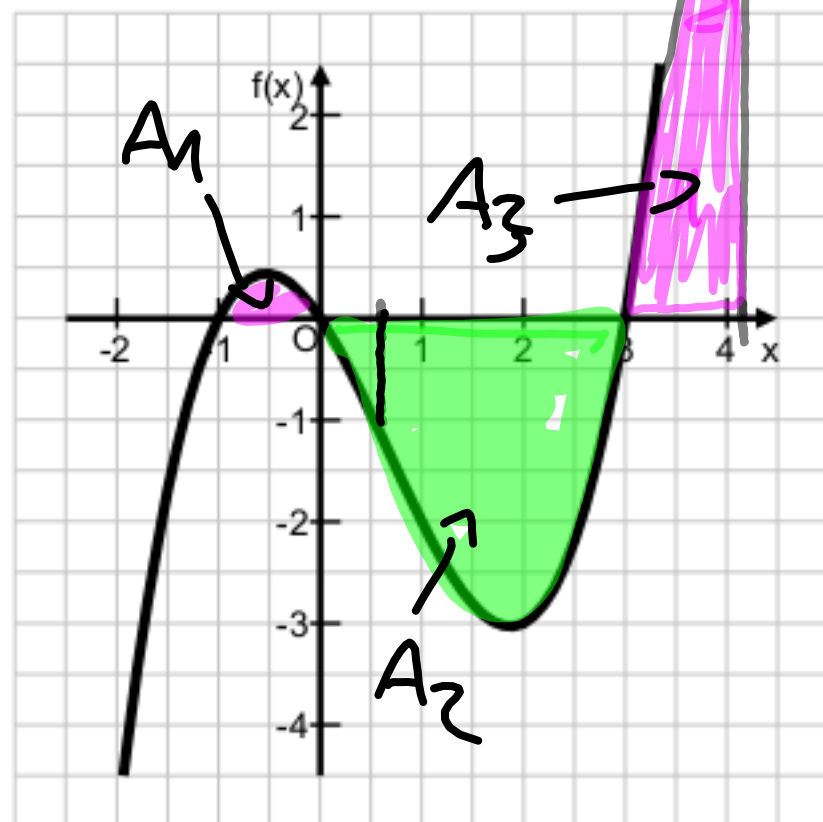
negativ orientiert

$$\int_0^{0,569} f(t) dt = -0,29$$

Bedeutung: Die Summe der orientierten Flächeninhalte zwischen Graph und x -Achse von -1 bis $+0,533$ ist gleich 0 , d.h. die Flächeninhalte von ~~-1 bis 0~~ und ~~0 bis $0,569$~~ sind gleich groß.

Aufgabe 13

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 0,5x^3 - x^2 - 1,5x$.



- Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen von $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossen wird.
- Bestimmen Sie die Integralfunktion $J_1(x)$. (ohne Taschenrechner)
- Beschreiben Sie kurz die Bedeutung der Integralfunktion allgemein und interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung $J_1(0,569) = 0$.

Aufgabe 14

Die Niederschlagsrate während eines Monsunregens kann modellhaft beschrieben werden durch die Funktion r mit $r(t) = 23 - 0,02e^t$ (t in Tagen seit dem Einsetzen des Regens und $r(t)$ in Liter pro Quadratmeter und Tag gemessen).

- Bestimmen Sie, wann der Regen aufhört.
- Erklären Sie, wie man die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter des betroffenen Gebietes für t Tage ermitteln kann. Sie müssen nicht rechnen.
- Berechnen Sie, welche Wassermenge insgesamt während des Regens auf jeden Quadratmeter Fläche des betroffenen Gebiets niedergeht.

$$I_{-1}(x) = 0,125x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 0,75x^2 + \frac{7}{24}$$

$$\text{CAS } i(x) := \dots$$

$$I_{-1}(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{aligned} x &= -1 \\ x &= 0,569 \\ x &= 4,097 \end{aligned}$$

$$\text{solve}(i(x)=0, x)$$

$I_{-1}(4,097) = 0$ bedeutet, dass

$A_1 + A_3 = A_2$ gilt, also die lila Flächen zusammen so groß sind wie die grüne Fläche.