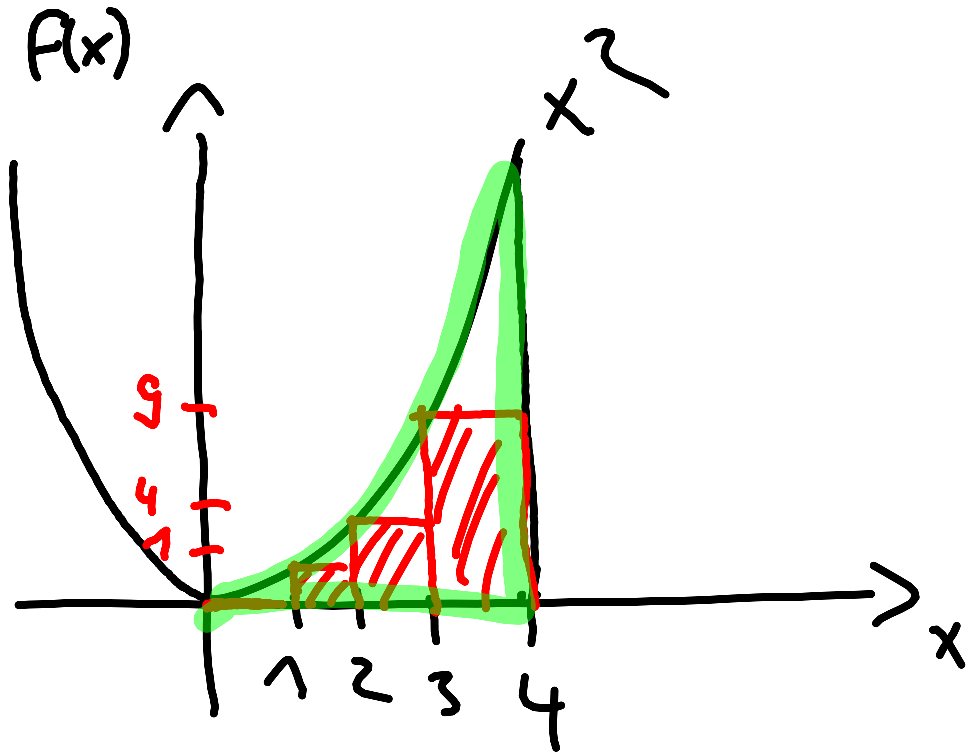
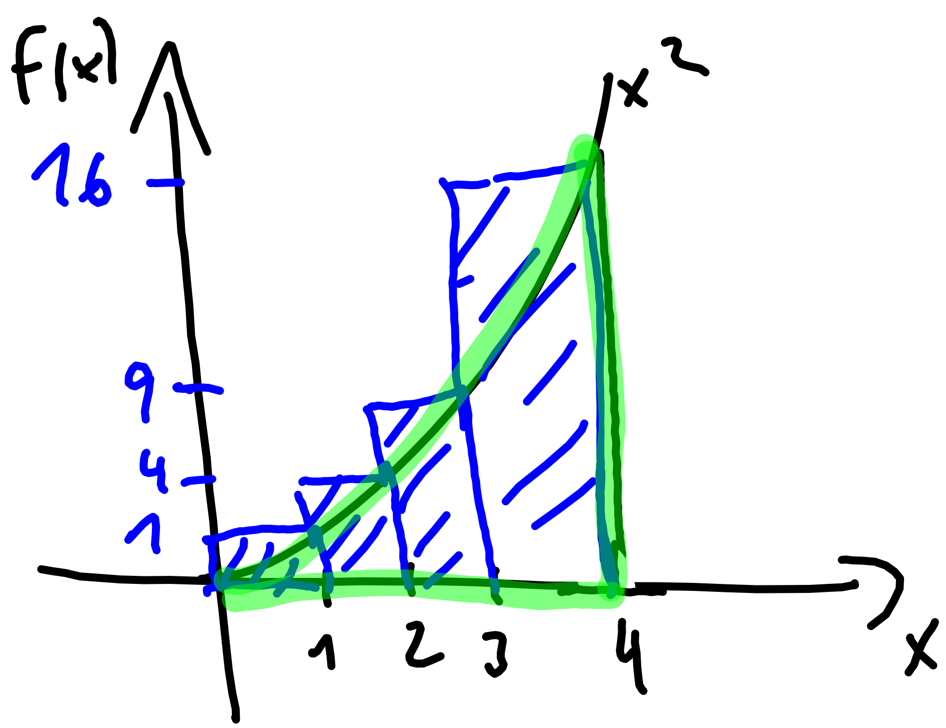
Aufgabe 16 (OHIMI)

WG Y12, MLk
4.3.22

Bestimmen Sie für f(x) = x^2 die Untersumme U_4 und die Obersumme O_4 und stellen Sie den Sachverhalt in einer Skizze graphisch dar. Ermitteln Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von f(x), der x-Achse und der senkrechten Gerade x = 4 eingeschlossen wird.

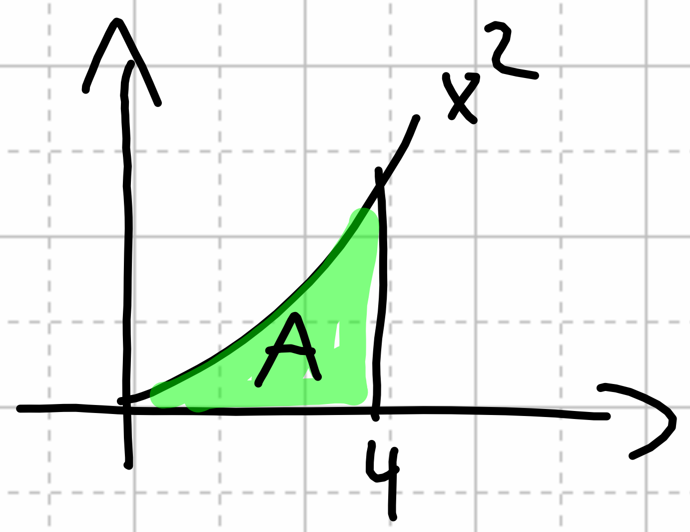


$$U_4 = 1 \cdot f(0) + 1 \cdot f(1) + 1 \cdot f(2) + 1 \cdot f(3)$$
$$= 1 \cdot 0^2 + 1 \cdot 1^2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 3^2$$
$$= 0 + 1 + 4 + 9$$
$$= \underline{\underline{14}}$$



$$O_4 = 1 \cdot f(1) + 1 \cdot f(2) + 1 \cdot f(3) + 1 \cdot f(4)$$
$$= 1 \cdot 1^2 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2$$
$$= 1 + 4 + 9 + 16$$
$$= \underline{\underline{30}}$$

exakter Flächeninhalt



$$A = \int_0^4 x^2 \, dx = \left[\underbrace{\frac{x^3}{3}}_{F(x)} \right]_0^4$$

Stammfunktion

$$= \frac{4^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{64}{3} - 0$$

$$= \frac{64}{3} = 21\,\frac{1}{3} = 21{,}\overline{3}$$

Wiederholung Teil A (ohne Hilfsmittel)

Stammfunktionen

1) $f(x) = a \cdot x^n \Rightarrow F(x) = \frac{a \cdot x^{n+1}}{n+1} + c \quad , c \in \mathbb{R}$

2) $g(x) = e^x \Rightarrow G(x) = e^x$

3) $h(x) = e^{k \cdot x} \Rightarrow H(x) = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x} + c = \frac{e^{k \cdot x}}{k} + c$

Bsp: $h(x) = e^{3x} \Rightarrow H(x) = \frac{1}{3} \cdot e^{3x}$

4) $i(x) = a \cdot e^{k \cdot x} \Rightarrow I(x) = \frac{a}{k} \cdot e^{k \cdot x} + c = \frac{a \cdot e^{k \cdot x}}{k} + c$

ohne Hilfsmittel

$$\int_0^2 \underbrace{e^x + 3}_{f(x)}\,dx = \Big[\underbrace{e^x + 3x}_{F(x)}\Big]_0^2$$

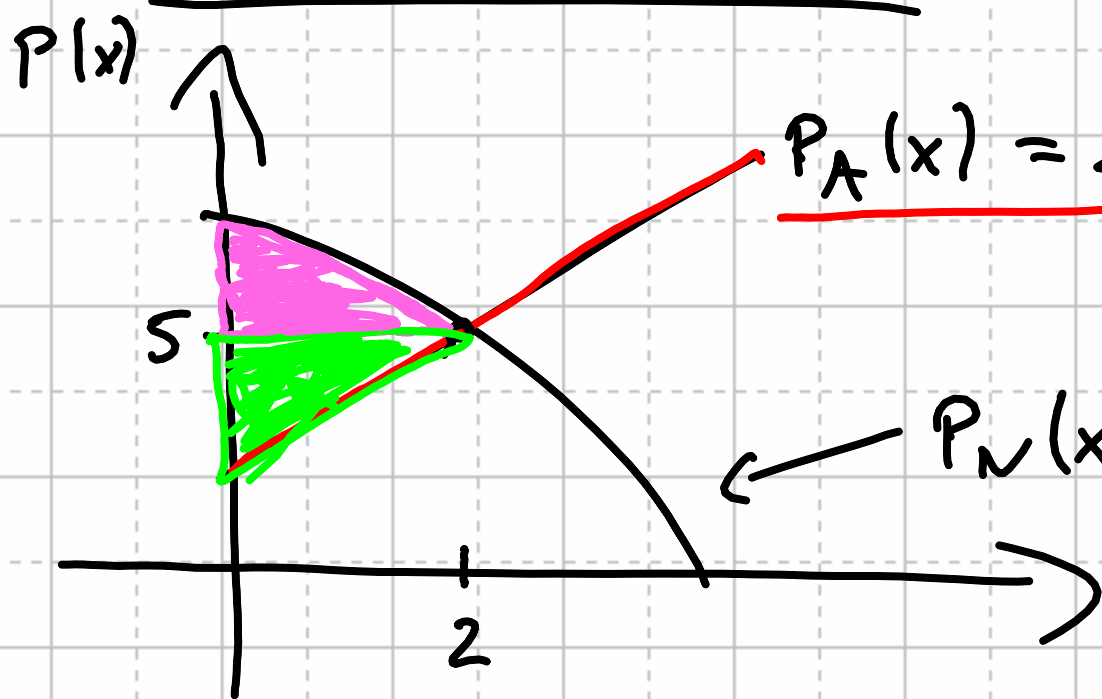
$$= \underbrace{\left(e^2 + 3\cdot 2\right)}_{F(2)} - \underbrace{\left(e^0 + 3\cdot 0\right)}_{F(0)}$$

Auf die Klammer achten!

$$= \left(e^2 + 6\right) - (1) = e^2 + 5$$

Merken: $e^0 = 1$!

ohne Hilfsmittel



$p_A(x) = 2x + 1$

$p_N(x) = -x^2 + 9$

$$PR = 5 \cdot 2 - \int_0^2 p_A(x)\,dx$$

$$= 10 - \left[x^2 + 1 \cdot x \right]_0^2$$

$$= 10 - \left[(2^2 + 1 \cdot 2) - (0^2 + 1 \cdot 0) \right]$$

$$= 10 - \left[6 - 0 \right] = \underline{\underline{4}}$$

$$KR = \int_0^2 p_N(x)\,dx - 2 \cdot 5 = \left[\frac{-x^3}{3} + 9x \right]_0^2 - 10$$

$$= \left(\frac{-2^3}{3} + 9 \cdot 2 \right) - \left(\frac{-0^3}{3} + 9 \cdot 0 \right) - 10 = \left(-\frac{8}{3} + 18 \right) - 0 - 10$$

$$= -\frac{8}{3} + 8 = -\frac{8}{3} + \frac{24}{3} = \underline{\underline{\frac{16}{3}}} = 5,\overline{3} = 5\tfrac{1}{3}$$

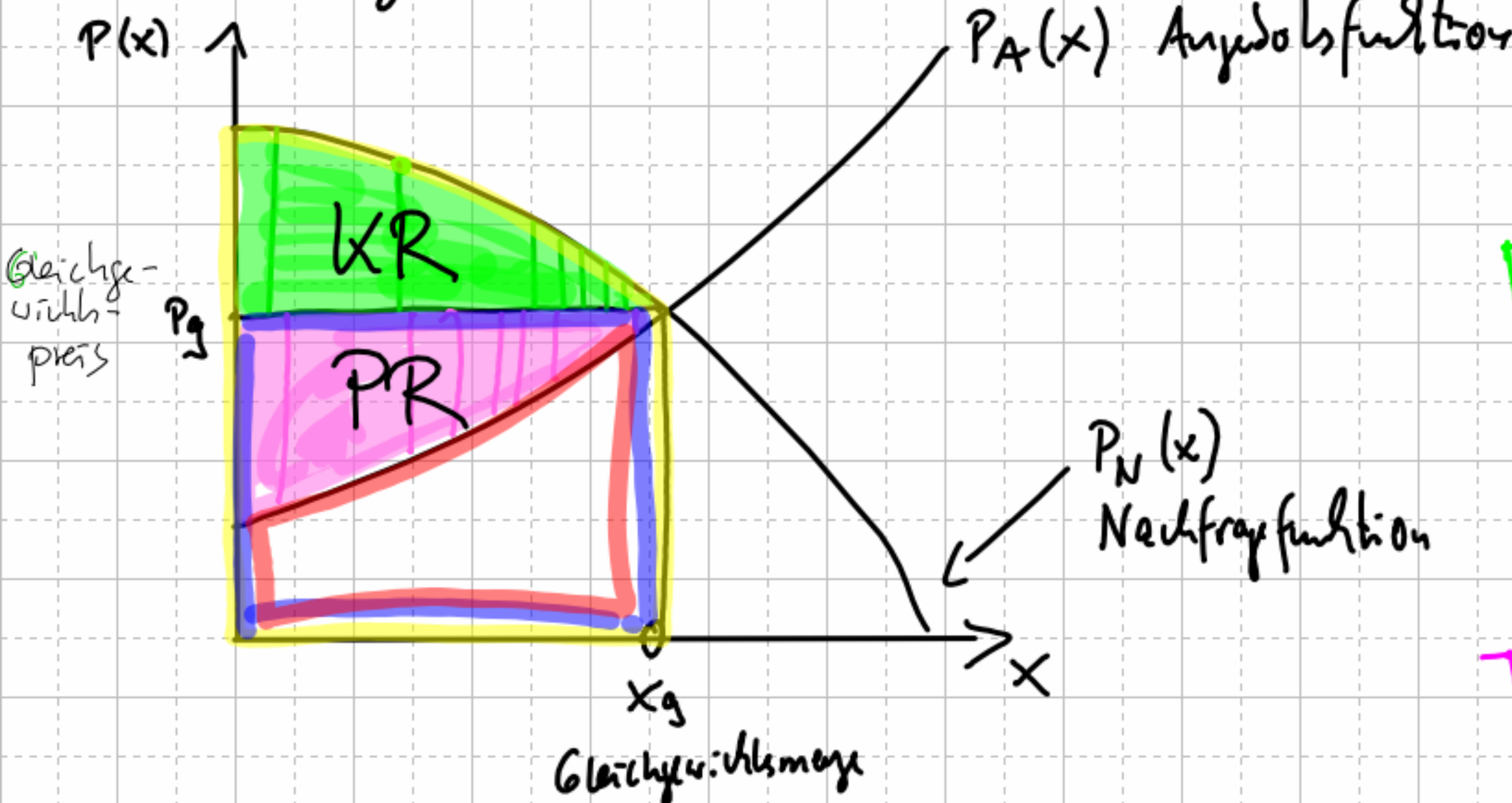
8 muss erweitert werden auf $\frac{24}{3}$

$$\frac{8}{1} = \frac{8 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{24}{3}$$

WGY12, MLK, 15.02.22

Konsumentenrente / Produzentenrente

Skizze allgemein



Konsumentenrente KR

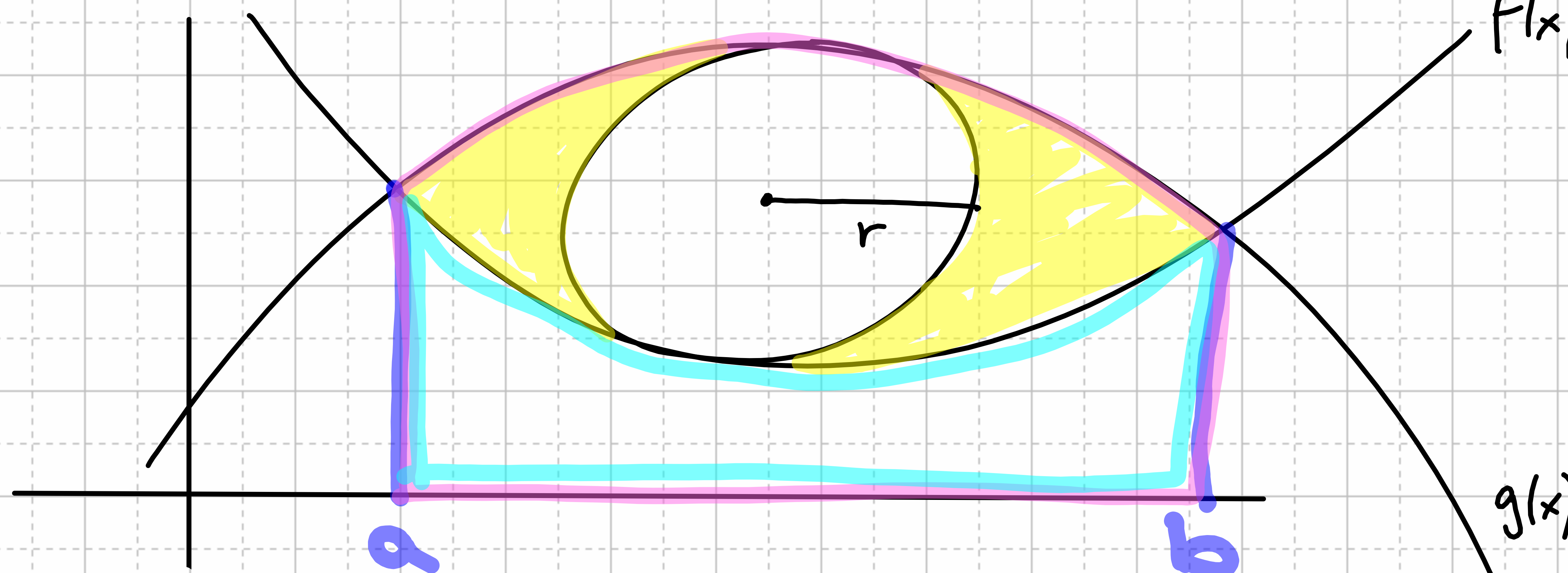
$$\boxed{KR} = \boxed{\int_0^{x_g} p_N(x)\,dx} - \boxed{p_g \cdot x_g}$$

Produzentenrente PR

$$\boxed{PR} = \boxed{p_g \cdot x_g} - \boxed{\int_0^{x_g} p_A(x)\,dx}$$

Übung: S. 383, Nr. 23 a – c

bei b) ohne Teilmärkte nur KR



1) $f(x) = g(x)$ liefert Integrationsgrenzen a und b   solve

$$\boxed{\int_a^b g(x)\,dx} - \boxed{\int_a^b f(x)\,dx} - \pi \cdot r^2$$

$$= \int_a^b g(x) - f(x)\,dx - \pi r^2$$