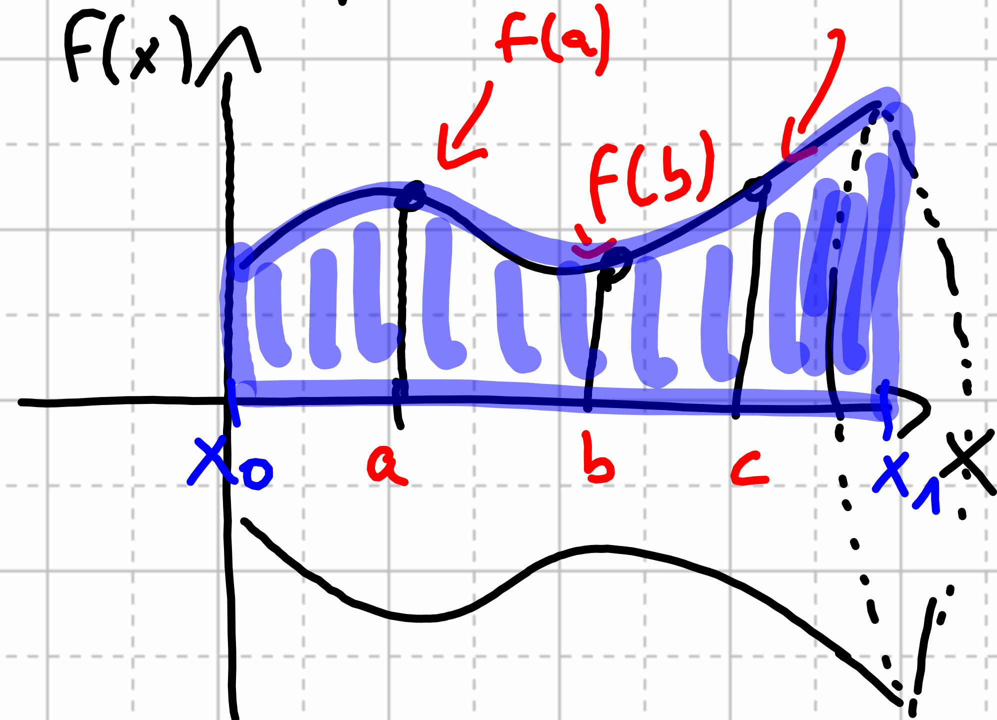
WGY12, MUk

Rotationskörper



Die Funktionswerte $f(a)$, $f(b)$ und $f(c)$ entsprechen den Kreisradien bei a, b, c.

↳ Flächen der Kreise

allg.: $\pi \cdot r^2$

bei a: $\pi \cdot f(a)^2$

b: $\pi \cdot f(b)^2$

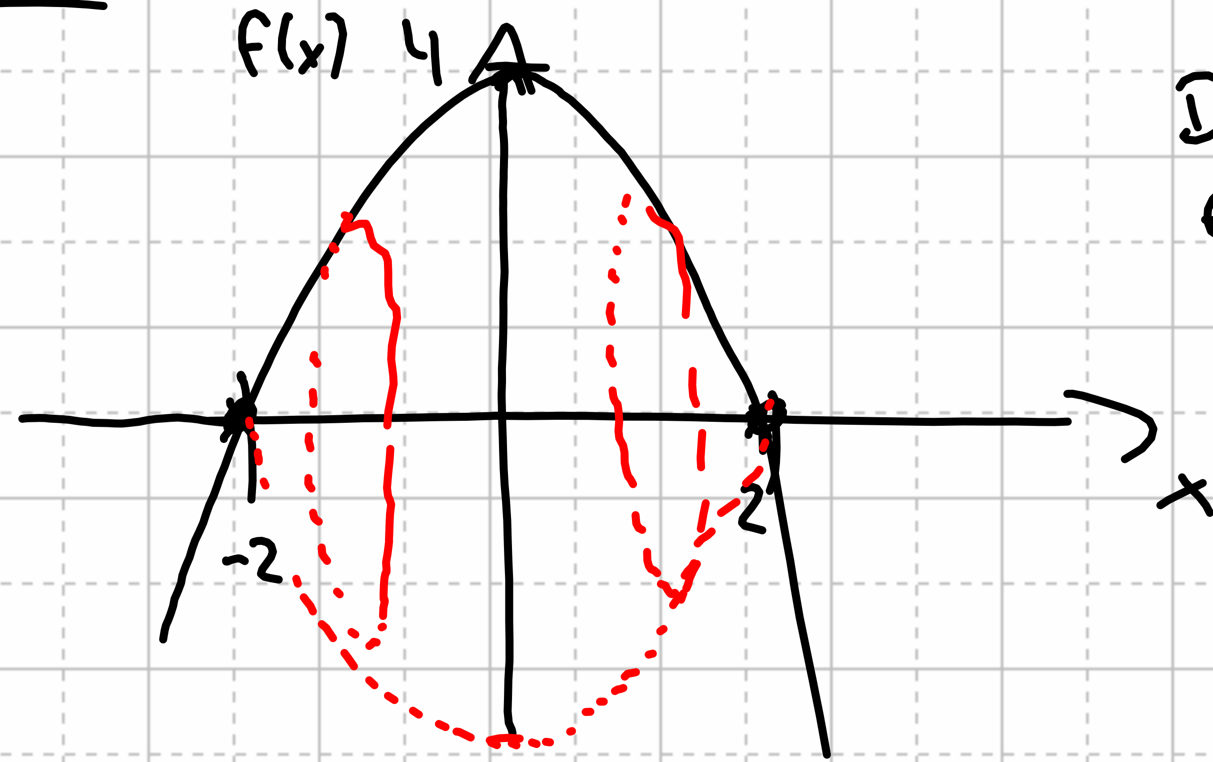
c: $\pi \cdot f(c)^2$

Für das Volumen benötigt man unendlich viele, unendlich dünne Zylinder, die den „Kreisflächen" entsprechen

Für die Rotation der ganzen Fläche benötigt man das Integral:

$$V = \int_{x_0}^{x_1} \pi \cdot (f(x))^2 \, dx = \pi \cdot \int_{x_0}^{x_1} (f(x))^2 \, dx$$

Bsp: $f(x) = -x^2 + 4$



Durch Rotation um die x-Achse entsteht ein Paraboloid

Volumen des Paraboloid

$$V = \pi \cdot \int_{-2}^{2} (f(x))^2 \, dx$$

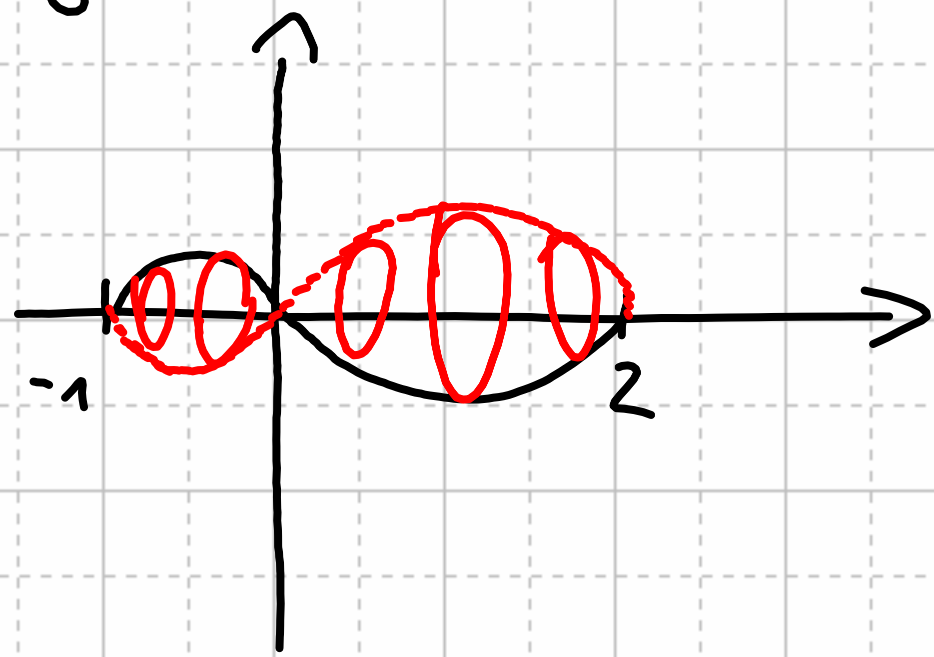
$$= \pi \cdot \int_{-2}^{2} (-x^2+4)^2 \, dx = \pi \cdot \int_{-2}^{2} 16 - 8x^2 + x^4 \, dx$$

NR: $(-x^2+4)^2 = (4-x^2)^2$
$= 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot x^2 + x^4$

$$= \pi \cdot \left[16x - \frac{8x^3}{3} + \frac{x^5}{5}\right]_{-2}^{2} = \pi \cdot \left[16 \cdot 2 - \frac{8 \cdot 2^3}{3} + \frac{2^5}{5} - \left(16 \cdot (-2) - \frac{8 \cdot (-2)^3}{3} + \frac{(-2)^5}{5}\right)\right]$$

$$= \pi \cdot \left[\frac{256}{15} - \left(-\frac{256}{15}\right)\right] = \pi \cdot \frac{512}{15} = 107{,}23 \text{ VE}$$

Aufgabe 1



Aufgabe 3