In der Wahrscheinlichkeitsrechnungen ist das mathematische Objekt, was es erlaubt, mit Wahrscheinlichkeiten zu rechnen, eine **Menge**.

<u>Definition</u>: Eine **Menge** ist ein abstraktes Objekt und enthält eine Anzahl Elemente, wobei die Anzahl von 0 bis unendlich variieren kann.

Schreibweise: Mengen werden üblicherweise mit lateinischen oder griechischen Großbuchstaben bezeichnet, z.B. A, B, M oder auch Ω. Die Elemente werden innerhalb von Mengenklammern { } notiert.

Hinweis: Innerhalb der Menge gibt es keine Ordnung der Elemente, das heißt, die Reihenfolge, in der die Elemente einer Menge notiert werden, ist beliebig. Üblich ist aber eine aufsteigende Notierung, wenn es um Mengen von Zahlen geht.

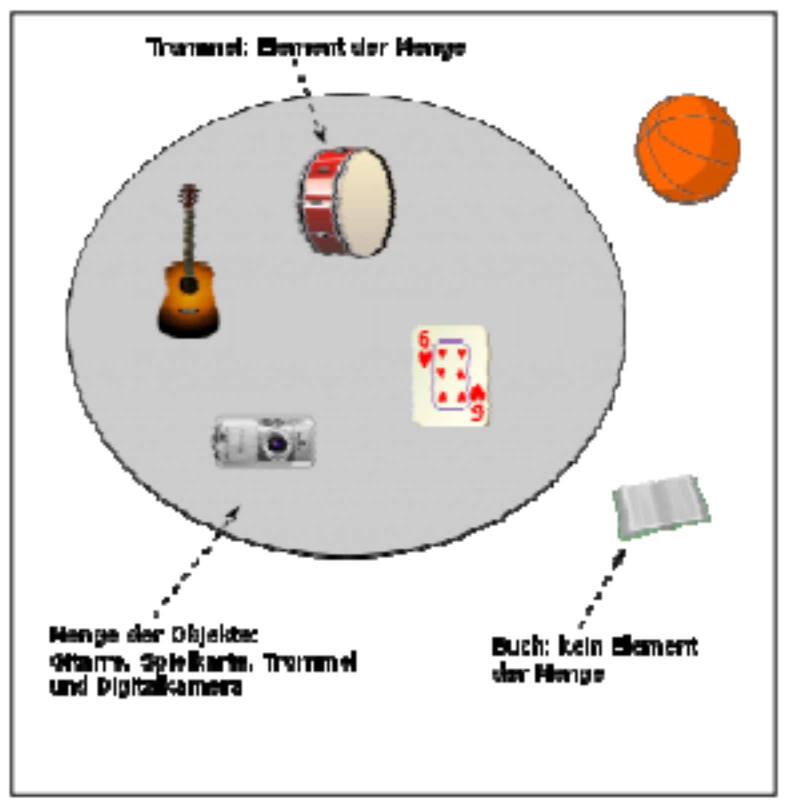
$\{\ \}$

$\cancel{(\ )}$

<u>Beispiele:</u>

$4 \in \mathbb{N}$

$4{,}5 \notin \mathbb{N}$



Menge der natürlichen Zahlen ℕ
ℕ = {1; 2; 3; 4; ...}
Diese Menge enthält unendlich viele Elemente.

Ist eine Zahl Element einer Menge, schreibt man z.B. $4 \in \mathbb{N}$.

Ist eine Zahl kein Element einer Menge, schreibt man z.B. $4{,}5 \notin \mathbb{N}$.

Menge der Zahlen auf einem normalen Würfel: M = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

<u>Rechnen mit Mengen:</u>
Um mit Menge zu rechnen, benötigt man den Begriff der "Mächtigkeit", der die Anzahl der Elemente einer Menge angibt und verwendet dafür die Betragsstriche:

<u>Beispiele von oben:</u>

- Die Menge M hat die Mächtigkeit 6. Schreibweise $|M|=6$
- Die Menge der natürlichen Zahlen ℕ hat die Mächtigkeit unendlich: $|\mathbb{N}|=\infty$
- Die Menge im Beispiel links hat die Mächtigkeit 4.
- Die leere Menge hat die Mächtigkeit 0: $|\{\ \}|=0$

Einfache Mengen bei Zufallsversuchen

Zufallsversuche sind Vorgänge, deren Ausgang nicht eindeutig vorausgesagt werden kann.

Definition: Jeder möglicher Ausgangs eines Zufallsversuchs heißt **Ergebnis** und die Menge aller möglichen Ergebnisse ist die **Ergebnismenge Ω**.

Werden Zufallsversuche mehrmals ausgeführt, so spricht man von **mehrstufigen Zufallsversuchen**, z.B. beim 5-maligen Werfen einer Münze.

Definition: Ein **Ereignis** ist eine Zusammenfassung von Ergebnissen eines Zufallsversuchs. Jedes Ereignis ist eine Teilmenge der Ergebnismenge.

Ereignisse, die nur ein Element der Ergebnismenge enthalten, nennt man **Elementarereignis**.

Beispiel: Ein 6er-Würfel wird einmal gewürfelt.

- Ergebnismenge: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- Ereignis A: "Eine gerade Zahl wird gewürfelt." => $A = \{2; 4; 6\}$
- Ereignis B: "Eine 6 wird gewürfelt." => $B = \{6\}$
- B ist ein Elementarereignis, da es nur ein Element der Ergebnismenge Ω enthält.

Beantworten Sie zu diesem Zufallsversuch folgende Fragen und bearbeiten Sie die Aufgaben:

1) Wie viele Elementarereignisse gibt es?
2) Welche Mächtigkeit hat ein Elementarereignis?
3) Wie sieht das Ereignis C: "Es wird eine ungerade Zahl gewürfelt." aus?
4) Wie sieht das Ereignis D: "Es wird eine Primzahl gewürfelt." aus?
5) Bestimmen Sie zwei weitere Ereignisse und formulieren Sie diese verbal und als Menge in mathematischer Schreibweise.

4) $D = \{2; 3; 5\}$

Ω großes Omega

ω kleines Omega

1) 6: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

2) Die Mächtigkeit eines Elementarereignisses ist immer gleich 1.

3) $C = \{1; 3; 5\}$

Einschub: Primzahlen

Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl größer als 1, die nur durch sich selbst und 1 ohne Rest teilbar ist.

<u>Die ersten Primzahlen</u>

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Beispiele für Mengen: natürliche Teiler von Zahlen

Bsp.: $T_6 = \{1; 2; 3; 6\}$ $\quad |T_6| = 4$ $\qquad T_{17} = \{1; 17\}$ $\quad |T_{17}| = 2$

$T_5 = \{1; 5\}$ $\quad |T_5| = 2$ $\qquad T_{97} = \{1; 97\}$ $\quad |T_{97}| = 2$

$T_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$ $\quad |T_{24}| = 8$

Behauptung (ohne Beweis)

Die Teilermenge T_p einer natürlichen Zahl hat die Mächtigkeit 2 genau dann wenn p eine Primzahl ist.

Kurz: $|T_p| = 2 \Leftrightarrow$ p ist Primzahl

zu 5) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

E: Die gewürfelte Zahl ist weniger als 4. $E = \{1; 2; 3\}$ $|E| = 3$

F: Die größtmögliche Zahl wird gewürfelt $F = \{6\}$ $|F| = 1$