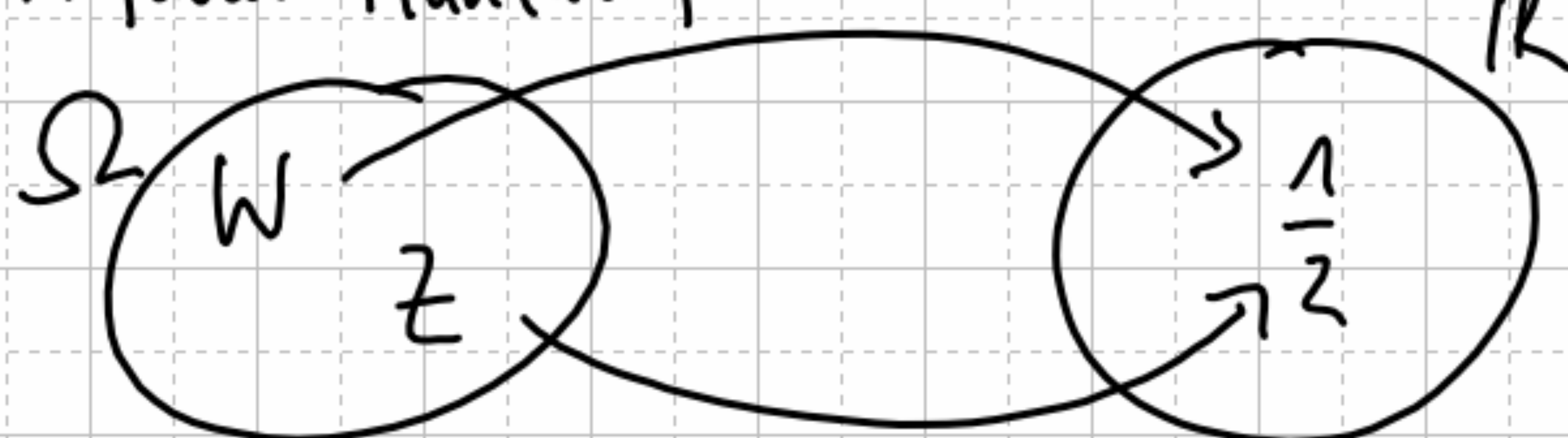
Der Grenzwert p ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis E eintritt und wird daher auch Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E genannt.

Wenn jedem Ereignis E aus einer Ergebnismenge Ω eine Zahl $P(E)$ zugeordnet wird und diese Zahl $P(E) = p$ die Wahrscheinlichkeit darstellt, so spricht man von einer Wahrscheinlichkeitsfunktion P.

Beispiel: 1-facher Münzwurf

$\mathbb{R}$ (reelle Zahlen)



$P(W) = \frac{1}{2}$

$P(Z) = \frac{1}{2}$

Axiome von Kolmogoroff

Eine Funktion P, die jedem Ereignis E einer Ergebnismenge Ω eine reelle Zahl $P(E)$ zuordnet, heißt Wahrscheinlichkeitsfunktion oder Wahrscheinlichkeitsverteilung, wenn sie folgende Bedingungen erfüllt:

1) $P(E) \geq 0$ Nicht-negativ

2) $P(\Omega) = 1$ Normiertheit

3) $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$, falls $E_1 \cap E_2 = \{\}$

Additivität, $E_1 \subseteq \Omega$, $E_2 \subseteq \Omega$

WGY12, MK,
6.4.22

Einfache Wahrscheinlichkeitsregeln

Gegenereignis:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(A) = P(\bar{A})$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(\bar{A}) = P(A)$$

A und $\bar{A}$ sind Teilmengen von Ω.

Vereinigungsmenge:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Satz von Sylvester oder Additionssatz

A und B sind Teilmengen von Ω

Bsp. → S. 2

Bsp: Zufallsversuch $1 \times$ Würfeln

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

A: eine gerade Zahl wird gewürfelt $\quad A = \{2, 4, 6\}$

B: eine Zahl größer als 4 wird gewürfelt $\quad B = \{5, 6\}$

$A \cup B = \{2, 4, 5, 6\} \qquad A \cap B = \{6\}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

Vierfeldertafeln

mit Mengen

	A	$\bar{A}$	
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	3 B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	4 $\bar{B}$
	1 A	2 $\bar{A}$	5 Ω

1) $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$

2) $\bar{A} = (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$

3) $B = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$

4) $\bar{B} = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$

5) $\Omega = A \cup \bar{A} = B \cup \bar{B}$

mit Wahrscheinlichkeiten

	$P(A)$	$P(\bar{A})$	
$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	3 $P(B)$
$P(\bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	4 $P(\bar{B})$
	1 $P(A)$	2 $P(\bar{A})$	5 $P(\Omega) = 1$

1) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

2) $P(\bar{A}) = P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$

3) $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

4) $P(\bar{B}) = P(\bar{B} \cap A) + P(\bar{B} \cap \bar{A})$

5) $P(\Omega) = P(A) + P(\bar{A}) = P(B) + P(\bar{B})$

Übung: S. 415, Nr. 20 : 1000 SuS bearbeiten eine Aufgabe. 700 lösen die Aufgabe. Von den Jungen lösen 180 die Aufgabe. 50 Mädchen lösten sie nicht.

$M \hat{=}$ männlich $\quad \overline{M} \hat{=}$ weiblich

$G \hat{=}$ gelöst $\quad \overline{G} \hat{=}$ nicht gelöst

	M	$\overline{M}$	
G	180	520 = 700 − 180	700
$\overline{G}$	250 = 300 − 50	50	300
	430	570	1000

S. 415, Nr. 23

Reiseausflüge W : Weingut $\overline{W}$: kein Ausflug zum Weingut

B : Bergbahn $\overline{B}$: " " mit Bergbahn

Je $\frac{1}{5}$ der Reisegruppe macht beide Ausflüge bzw. keinen.

$\frac{2}{5}$ machen nur die Weinprobe auf dem Weingut.

	$P(W)$	$P(\overline{W})$	
$P(B)$	$P(W \cap B) = \frac{1}{5}$	$P(B \cap \overline{W}) = \frac{1}{5}$	$P(B) = \frac{2}{5}$
$P(\overline{B})$	$P(W \cap \overline{B}) = \frac{2}{5}$	$P(\overline{B} \cap \overline{W}) = \frac{1}{5}$	$P(\overline{B}) = \frac{3}{5}$
	$P(W) = \frac{3}{5}$	$P(\overline{W}) = \frac{2}{5}$	$P(\Omega) = \frac{5}{5} = 1$

HA: Buch S. 415
Nr. 22

+ S. 409
Laplace-Versuche